

(Shaka 1036) was the most eminent of the Sanskrit astronomers who had just preceded the dark ages of foreign rule, and his work still stands unsurpassed in theoretical accuracy and practical precision. He was followed only by about half a dozen astronomers among whom Keshava and his son Ganesha the illustrious author of the *Grahalaghava* were the most distinguished.

Besides the domination of foreigners, there was another reason why not only the *Surya Siddhanta* but also other *Siddhantas* of a similar nature had long ceased to be studied. The mental exhaustion brought on by oppressive regimes had dried up all desire for labour, accuracy and original work, so that the scientific methods of calculations which required a knowledge of trigonometry and algebraical processes yielded to other simpler devices which gave results that were only crude or approximate. The *Siddhantic* computations no doubt entail some gigantic multiplications and divisions troublesome extractions of roots and tormenting changes of quantities which by themselves must have in no small degree contributed to their supersession. But thanks to the invention of logarithms and the formation of mathematical tables the hard labour of calculation has been reduced to a minimum so that we may now expect a revival of the study of astronomy that may be called truly Indian.

Even the first perusal of this *Siddhanta* or of a good translation of it will suffice to convince the reader that it is a work of great astronomical merit. Owing to the labour-saving devices of the mathematical tables the *Siddhanta* may now be studied with advantage and form a text book of practical astronomy. The rules of calculations are simple enough in theory they are based upon spherical trigonometry and in many ways are precisely similar to modern methods. The solutions are ingenious and the results fairly accurate. The data are always to be tested and corrected by actual observations and nothing is left to or borrowed from blind superstition or unintelligent dogmas. It will be interesting to note in how many respects this ancient *Siddhanta* has anticipated modern astronomy which of course in cases where the data have to be supplied by telescopic observations alone (e.g. the parallax of the sun) or by observations which have to be carried on from stations separated by thousands of miles from each other has a natural advantage over its ancient prototype.

The present *Surya Siddhanta* which has been current in India at least from the 10th century A.C. appears to be a revised version of the old *Siddhanta* of the same name. The contents of the old *Siddhanta* have been restated in his own words by Varaha Mihira who was very probably born in Shaka 427 (505 A.C.) but it cannot on that account be supposed that it was Varaha who had himself composed that *Siddhanta* or that it was a production of any of his contemporaries. No doubt Varaha has stated the contents of it in his own favourite *Arya metre* but it would be highly erroneous to say or suggest that Varaha was the author of it. Obviously because—

(1) The *Surya Siddhanta* is not the only *Siddhanta* which Varaha has reproduced in the *Arya metre*. He has treated similarly all the five *Siddhantas* that were well known in his time. He has restated the *Pitamaha Siddhanta* and also the *Vasistha*, the *Pulisha*, the *Romaka* and the *Saura*. Then why should it not be said that he wrote the other four *Siddhantas* also? But it is impossible to make such an assertion for

that the longitude of the Sun's apogee in the Surya Siddhanta of Varaha is 80°

(7) And last but not the least is the question of the polar longitudes of a few of the Nakshatras as they are stated in the Saura of Varaha. A correct interpretation of these longitudes points to the date when the observations for the Siddhanta were made. This date goes back to the 1st century A. C.

So we must conclude that the Surya Siddhanta included in the Pancha Siddhantika was simply a redaction of the old Siddhanta by Varaha and not an original production of his own.

There were more than one versions of the old Surya Siddhanta. One was that which was recast by Varaha, and the other was that quoted by Ūtpala (vide मर. वृ. इति. P 179)

The Present Surya Siddhanta

Now we come to the present Surya Siddhanta which seems to be a revised version of the old. It is evident that the present Surya Siddhanta has replaced the ancient. The earliest known astronomer who has followed the text of the present Surya Siddhanta was Vayitala Kochanna a Telegu astronomer who flourished about Shaka year 1220 (=1298 A. C.). As the present Surya Siddhanta has been adopted for calculation in the far off South, this famous Siddhanta must have been known throughout India at least for about 100-200 before Shaka 220, Ūtpala (in Shaka year 887) quoted from the Surya Siddhanta which evidently was not the one which is now current. The original Surya Siddhanta, the Siddhanta of Aryabhata and the Khanda Khadya of Brahma Gupta formed the triad under the aegis of which all the astronomical calculations were carried on till the beginning of the 10th century. But as time wears away the Siddhantas however accurate their data might be, go amiss, because the planetary motions are constantly undergoing perturbations which the Siddhantas could not provide for. So there is always a room and a necessity for a new Siddhanta or for a revised edition of the old to one.

So the present Surya Siddhanta must have been modelled on the old, for, it is clear that—

- (1) The old Siddhanta as quoted by Ūtpala was in Anustubha metre, the present Siddhanta also is composed in the same metre
- (2) The Solar year is more accurate and very near to the anomalous year
- (3) In the mean places of the planets, the corrections suggested by Varaha have been adopted
- (4) The precession of the equinoxes which although known to Varaha, but which he did not notice in his work has been accepted as a principal factor in the determination of the planetary places
- (5) The old Surya Siddhanta ceases to be followed from the 10th century and the revised version has ever since then been the guiding principle of later astronomers

(6) The longitudes of the fixed stars have been stated in accordance with the same mode as that in the old Surya Siddhanta.

(7) These observations indicate the Shaka year 484 (562 A. C.) as the date of observation, while as stated above similar observations noticed in the old Siddhanta date back to the beginning of Shaka Era.

I have said that the period of the Solar year adopted in the Surya Siddhanta is more accurate than that in the old Surya Siddhanta, because it approaches the anomalistic year very closely.

The advantage is that the place of the apogee is fixed. This was the method which was adopted in the Pulisha Siddhanta. It is true as remarked by S. J. Dixit that the solar year in our Calendar is neither tropical nor sidereal. But all the same it is neither unscientific nor inaccurate as we have seen, because it is anomalistic; and it is exceedingly creditable to the genius of our ancient Indian astronomers that they should have arrived at a result which if we make an allowance for the absence of telescopes, is most precise under the circumstances—the Siddhantic anomalistic year being 365 d. 6 hrs 12 $\frac{3}{4}$ m. while according to the most exact modern calculations it is 365d. 6h 13m. a difference only of nearly one minute!!.

A few words with regard to the accuracy of observations of the ancients may not be out of place; for, it must always be borne in mind that the observations of the ancients were carried out with the naked eye alone—unaided by any telescopes of a superfine construction. Judged by this standard a discrepancy, of about 10' minutes of space may be regarded as nothing, and every astronomer of some experience at least will ungrudgingly subscribe to the sagacious remarks of S. J. Dixit, who observes :—

"With regard to this matter it may be very easy to find fault with our ancient astronomical works simply by glancing at the numbers put down on paper in black and white. But no one who has had at least some experience of the great difficulty encountered in detecting the difference of 1" (second) of space even with a telescope of a very fine construction will never be so unjust. I myself have observed some planetary conjunctions only with the naked eye, and from such personal experiences of mine, I would say without hesitation that two planets which through a good telescope would appear to be about 5' minutes or 300" seconds apart may be seen when viewed with the unaided eye to touch each other, (i.e. there would appear to be no distance at all between them). The fact that the ancients had to make their observations without a telescope should be borne in mind before making any comparison of their data with the admittedly accurate results of modern astronomers and we must accord to the ancients the due meed of praise for such minute investigations of theirs"

(भार. ज्यो. इति. p. 208)

Let us now take up the question of the authorship of the present or revised Surya Siddhanta. When we have seen that all of the five ancient Siddhantas were completely revised and in some cases entirely recast by subsequent astronomers, we are bound to say that changes in the revised versions must relate to matters of data or method. It is well known that a great astronomer named L3ṭa flourished prior to Shaka 420 who had written an excellent treatise on Hindu astronomy from

which the elements were borrowed by later astronomers who revised the obsolete works of Pitamaha, Vasishtha and Romasha S_j Dixit surmises that to the same source may be ascribed the present revised Surya Siddhanta also. I have no objection to accept this view, only that I have to add that the present Surya Siddhanta is based on the old Saura and replenished from the data supplied by Lata who had already written a commentary on Pulsha. The periods of revolutions of all the planets except Jupiter have been corrected only slightly, but such corrections were suggested by Varaha himself. As the present Surya Siddhanta based on the old one, has been corrected in accordance with the suggestions of Lata and of Varaha the first redactor of the Siddhanta, we must concede that the present Siddhanta is the revised version of the old Saura Siddhanta as preserved by Varaha and Lata.

However another fact also should be noted that as pointed out by S_j Dixit that the place of the sun's apogee according to the current Surya Siddhanta differs from the most accurate data of the moderns only by 15', when we have found that a difference even of 300 seconds cannot be detected by the naked eye!! We have also to take a note that the apogee of the Sun and the equinox recede from each other at the rate of 61.5" or to be more convenient at 60" per year which is exactly the rate of precession that has been laid down by our astronomers at least from the time of Munjila or even since the time of Varaha. Modern Indian thinkers have inadvertently been led into the belief that the duration of the Siddhantic Solar year was put at 365d 6h and 12³/₄m through some error of observation, but it will now be seen that there was nothing wrong in it as the year was anomalistic.

A space of about 5° or 6° on each side of the ecliptic constitutes what may be called the Zodiacal belt. There lie within this belt a number of asterisms, constellations, or groups of fixed stars which are known by the name of Nakshatras or lunar mansions. They are 27 in number and the moon in her orbit passes very close to almost all of them some time or other during the year. Prior to the division of the Zodiac into twelve Rasis or signs this belt was divided into 27 equal portions called the Nakshatra divisions. The first division having been reckoned from that star-group which happened to be near the vernal equinox when such divisions were first formulated. Before such divisions had been made the place of the sun had to be stated only approximately by observing the asterism which was on the meridian or very near to it at the time of sunrise [यद्गुह्यं नमस्यं तन् परं कुर्वन्निबन्धयाम् ॥ Taitt] and the moon's position was stated by a reference to that Nakshatra group to which the moon had approached very near while she was moving in her orbit. But as new methods of calculation were devised, the Zodiac had necessarily to be divided into equal parts which at first were 27 or 28 in number corresponding to the number of the Nakshatra groups. The initial boundary of the first Nakshatra division commenced of course as stated above from the principal star of that Nakshatra-group which happened to be near the vernal equinox, and each division was counted from West to East along the ecliptic.

All the evidence at present available points to the conclusion that the mode of the Nakshatra division was adopted when the equinox was near the constellation of Rohini. But the initial point of the first divi-

sion was reckoned from the principal star in the Kritikas because that constellation was seen to rise in the East precisely at the Eastern point. Thus two birds seem to have been killed with one stone. The first position was secured for Rohini but the division was made to commence from the principal star of the Kritikas which was thus the last point of the Kritika division but the first point of the Rohini division because the vernal equinox was near Rohini. Both the star groups thus occupied a predominant position and the boundaries of the Nakshatra divisions were thus fixed once for all although the practice of the counting from that Nakshatra near which the equinox was situated was invariably adhered to. This may be described as the method of the Nakshatra divisions as distinguished from the Rashi-divisions. The Nakshatra method prevailed during the Vedic and the Vedanga-period with the only difference that the first Nakshatra division was indicated by the position of the Winter solstice instead of the vernal equinox the boundaries of the Nakshatra divisions already fixed remaining the same as before.

The Siddhanta period was the period in which the Rashi system was introduced although the Nakshatra system could not be abandoned, because the calendar had adopted the luni-solar months which were named after the lunar constellations or the star groups.

In the old Surya Siddhanta which however, belonged to the Siddhantic period another method better suited for recording the observations of the Nakshatra stars and the planets appears to have been adopted. According to this method the observations are recorded with reference to the vernal equinox alone, while in the current Surya Siddhanta the same method is adopted but the observations are recorded with reference to the Kritikas in consonance with the time honoured system of the Nakshatra divisions in which the Kritikas stood at the end of the Kritika division and the beginning of Rohini. This system not only explains the successive positions which the vernal equinox occupied but rationally connects the Vedanga period with the Pitamaha and the other Siddhantas of the Siddhanta age.

Precession—a familiar Fact

It ought to be now shown how the Vedanga system of the Nakshatra in which the Nakshatras divisions were reckoned from the Principal star in the Kritikas can be connected with the Siddhantic mode in so far as reference to the precession is concerned. In this respect it can conclusively be shown that at the time of the Vedanga Jyōtisha (i. e. B. C. 1200) or even long before that period the ecliptic was divided into 27 equal portions of which the starting point was the principal star in the Kritika constellation, so that it would naturally stand at the end of the Kritika and at the beginning of the Rohini division. But the considerations upon which this conclusion is based cannot be set forth here as we are not discussing the Vedanga Jyōtisha, we must consequently seek *some other line of thought to arrive at the truth*.

When the initial or the finishing limit of any Nakshatra division is not sufficiently known, we must take it that all or at any rate those stars that are prominently visible to the naked eye are included within such a division, so that (a) the most westerly star would stand near the initial limit and (b) the most easterly one would lie towards the finishing

limit When the constellation comprises only a single star we have to follow yet another method with which we are not concerned here Under any such provisional but scientific method, out of the five stars which comprise the Dhanishthā group, Betā Delphinī would indicate the west most, and Gammā the most eastern limit Even the current Surya Siddhāntā has adopted* (घनिष्ठायाश्च पश्चिमा तारा) the most western Betā as the principal star in Dhanishtha, so that the beginning of Dhanishtha would be at Beta or still more correctly to the west of it, but not to the east Now the longitude of Beta (in 1937 A C) is about 315° , and at the time of the Vedānga it was avowedly 270° , for, the winter solstice is always 270° to the east of the vernal equinox,

Hence the quantity of precession from the time of the Vedānga to the present day is 45° or a little less than that but not more, and the number of years elapsed since then is $(71.5 \times 45 =) 3217$ The date of Vedānga must be fixed between 1280 and 1200 B C because we have to follow the provisional method of research As Varāha lived in 500 A C the precession from 1200 B C to 500 A C would amount approximately to 24° , and as the limit indicated by years is between 1200—1280 B C, we have to accept 24° as the amount of the precession of the Ayanas from the date of the Vedānga to that of Varāha It is most gratifying that precisely this amount of precession has distinctly been observed and affirmed by Varāha himself At first he has clearly and definitely asserted the fact of precession S J Dixit while discussing the precession of the Ayanas remarked that "Nothing has been stated in the Pancha Siddhantika about precession" If S J Dixit had in his mind the rate of precession, he is right, but if he meant that even the fact of precession was not referred to, his remark is an instance of obvious oversight and nothing else, for in the Pancha Siddhantika itself Varāha has made a note of the fact of precession when he says —

आश्लेषार्धाद् आसीत् यदा निवृत्तिः श्लोष्णरश्मेश्च ।

युक्त-मयनं तदासीत् साम्प्रत-मयनं पुनर्मुखम् ॥

"When the sun used to recede (or turn back to the South) from the middle point of (divisional) Ashlesha, the middle of Ashleshā was rightly the solstitial point, but now, (in Shaka 427) the solstitial return takes place from Punarvasu "

In the above quoted verse it is not stated from what point of Punarvasu the sun began to turn to the South Yet it can be ascertained from a Couple of verses in the Brihat Samhita of which the author is Varāha himself In Chap III, 1, 2 of that work he says —

आश्लेषार्धाद् दक्षिणमुत्तर-मयनं रवे-घनिष्ठाद्यम् ।

नूनं कदाचिद् आसीत् तेनोक्तं पूर्वशास्त्रेण ॥ १ ॥

साम्प्रत-मयनं सवितुः स्पर्शद्वयान् गृणादित्यान्वयम् ।

उत्ताभावो विकृतिः प्रत्यक्ष-परीक्षणैः व्यति ॥ २ ॥

"The Summer Solstice situated in the middle of Ashleshā, and the Winter Solstice in the initial point of (divisional) Dhanishtha—such a position did really exist in former times, and hence it is mentioned in the ancient Shastras "

"But now summer solstice occurs in the beginning of Cancer, and the other (i.e. winter Solstice) in the beginning of Capricorn

"Denial of what I (Varāha) have stated would be unreasonable, for, it can be verified by actual observation"

Nothing is left in doubt by Varāha in the aforesaid verses. In the time of Varaha (i.e., in 500 A.C.) the solstice in Punarvasu coincided with the beginning of the sign of Cancer which is 90° to the east from the initial point of Mesha, and the divisional part corresponding to 90° from the beginning of (divisional) Asvin is $\frac{3}{4}$ of Punarvasu, so Punarvasutas means at the 4th charana of (divisional) Punarvasu. This would set at rest all unfounded fancies and conjectures.

Another important fact confirmed by Varaha is that even the divisional Nakshatras named in serial order from the Krattikas were the same fixed or unchanged divisions as they had been at the time of the Vedāṅga itself. For, had the names of the Nakshatra-divisions undergone any change to keep accord with the change of position of the equinox, (the divisional) Punarvasu would, even in the time of Varaha also, have been still called Ashleshā. But now we have seen that the Nakshatra divisions also were as fixed as the stars themselves and hence alone it was possible that every change in the positions of the equinox and the solstices should have been duly observed, noted and thoroughly comprehended by Varāha as a familiar fact of precession—which it was the object to explain to the general reader.

We have just considered the method by which it could fairly be proved independently that since the time the winter solstice was in Betā Delphinī or a degree or two to the west of it, (that is since B.C. 1280 or 1200) the same solstice had receded about 24° (or a little less than that) down to 500 A.C. the time when Varāha lived. This is not an insignificant circumstance, when we look back to the great period of 3200 years that has since elapsed. But a still more fortunate coincidence is that Varāha himself has unequivocally stated the number of degrees through which the Ayanās (or the solstices) had receded since the Vedāṅga period. Such a statement of Varāha himself—one of the greatest of astronomers,—was first brought to light by the late lamented Prof. V. B. Naik M.A. of Fergusson College Poona, and a great astronomer of Mahārāshtra. He quoted some stanzas from the *Pancha Siddhāntikā* at the *Panchāṅga Conference held at Poona in 1925*. The full significance of the quotation was not properly attended to at the time, merely because the Conference never reached the stage at which the stanzas could be fully discussed. They have simply remained on record only for the benefit of those who would care to grasp the implications. I would therefore take this opportunity of quoting and attempting to interpret one of them in accordance with its astronomical aspect. The text is rather corrupt and I adopt Pandit Sudhākara Dvivedi's emendations wherever necessary.

It is not requisite that the verses should be discussed at length here in these introductory remarks. It would in my opinion suffice if I could draw attention to that verse of Varāha in which he has stated definitely the precession reached, since the time of the Vedāṅgas to his own day (i.e. to 500 A.C.). This amount of precession he has stated

in the following stanza which immediately follows the verse "आश्लेषाधीत्" quoted above. The stanza under discussion is

"विपरीतायनपाते यदाकर्कषांश-शशिरवि-क्षेपः ॥ भवति तदा व्यतिपातो दिन-
श्च-शशियोग चकद्धे ॥

In this verse the precession is stated by Varāha to be equal to the greatest declination of the Sun. Varāha has put the greatest declination in his time roundly at 24° which according to the correct data was nearly $23^\circ 35'$ in 500 A. C. This definite mention occurs where Varāha has laid down two rules, one applying to the time of the Vedānga and the other to his own when the equinox was in the beginning of As'vini and the Ayanāmsā were nil. When the equinox was at the beginning of Mesha or As'vini as was the case at the time of Varāha, he has stated that Vyatipāta occurs when the declinations of both the sun and the moon being equal, the sum of their Longitudes is together equal to 180° . But-says Varāha "At the epoch of the Vedānga when the summer solstice was in the middle of As'hlesha the Ayanāmsā being negative (विपरीतायनपाते) they have to be subtracted from the longitudes of both, or added to six signs; and the amount of these Ayanāmsā was according to Varāha equal to अर्ककाशांशः or the greatest declination of the sun which was roundly put at 24° by Varāha but which really was about $23^\circ 35'$ (in 500 A. C.) Evidently therefore, the date of the Vedānga according to Varāha was 1700 years before his time (i. e. B. C. 1200). Consequently the initial point of (divisional) Dhanishthā could never be more distant than ($270^\circ + 23^\circ 35' =$) $293^\circ 35'$ from the beginning of Mesha or As'vini. The precession from the beginning of Mesha which concided with equinox in Shaka 450 to the present day being about $19^\circ 38'$, the western limit of (divisional) Dhanishthā must be ($293^\circ 35' + 19^\circ 38' =$) $313^\circ 13'$ from the equinox. The longitude of Betā Delpheni our provisional limit is at present $315^\circ 20'$; we are, therefore, in a position to declare confidently that the western limit of (divisional) Dhanishthā is not less than at least $2^\circ 7'$ to the west of Betā Delphini. This initial point of Dhanishthā also indicates that these Nakshatra divisions were started from the principal star in the Krittikā and from no other.



GLOSSARY.

The figures refer to the pages of the Book.

Altitude 26, 29, 57.....	उन्नतांश
amplitude 89, 96.....	आमा; औदोयिक दिगंश,
Apse 54	उच्च
Aphelion 49, 54.....	दूरोच्च, मंदोच्च,
A Perihelion P. 53	नीचोच्च,
Ascendant (on the horizon).....	उदयलग्न
Ascensional difference 64, 65, 66....	चरसंज्ञ, चरांश
Ayanamshas 78, 79.....	अयनांश
Cardinal points 76	प्राच्यादि बिन्दु
Civil Day 63.	सावन दिवस
Circumference of the Earth 16	भूपरिधि
Declination 26, 29, 44.	क्रान्ति (षड्वर्गोत्तर)
Elongation 45, 51, 53	शीघ्रफल
Equation of the Centre 45, 49, 53.	मन्दफल
Equation of time 56, 57	वेलांतर
Prime Horizon 65	निरक्ष क्षितिज
Equinox 27, 29.	संपात बिन्दु
General Information 20-24, 26-29, 54-55, 69, 72, 92, 103, 104.	गुरुत्वाकर्षण आणि केंद्रापसरण शक्ति
Gravitation and centrifugal force 34.	क्षितिज
Horizon 26-29.	क्षर
Latitude (of planets) 29	विशेष
Angle of Inclination (Mean) 19	परमशर
Angle of Inclination (True) 61	अक्षांश
Latitude (of a place on the Earth) 17	रेखांश, रेखांतर, देशान्तर
Longitude (of a place on the Earth) 17	स्वीचा मीग
Longitude of the Sun 83, 96	मध्यरेखा, मुख्य याम्योत्तर
Meridian (Prime) 17	याम्योत्तर लघन
Meridian Transit 55, 85.	पात,
Nodes 35	राहु (बिन्दु)
Moon's Node	आक्रमतिर्यक्त्व, परमक्रान्ति
Obliquity 43	पलमा, अक्षांश सुन्नत्या
Palabha (equinoctial) 80	(विपुल) मुकबिन्दु
Perihelion See Apse.	वर्द्धबिन्दु
Pole of the Equator 26	पूर्वाग्रह
Ecliptic 26-29	
Prime Vertical 69-72.	

Ratio of the periodical revolutions-5, 21 भ्रमणकाल-प्रमाण.

Ratio of the Radius and Circumference

38, 42. विज्या-परिधिप्रमाण

Semi Diurnal Arch-93

दिनार्धकालांश

Shadow 76, 77

छाया

Sidereal Revolution 22, 78

नाक्षत्रवर्षमान

Sidereal day 63

नाक्षत्रदिन

Sidereal Time 56

नाक्षत्रकाल

Solar day (Mean) 63

मध्यमसौरदिन

Solar Time 63

सौरदिनकाल

Solstices 77

अयनविन्दू

Sun's R. A. 27, 97

विषुवकाल, विषुवांश

Tithi 67

तिथि, तिथिकाल

Transit 55, 85

याम्योत्तर लघन

Transit of the Ecliptical Signs 98, 99

दशमलघांश

Trigonometrical Functions 38-41, 73-75

मुजज्यादिसाधन

Year Tropical 102

सांपातिकवर्ष

Year Sidereal 22, 78

नाक्षत्रवर्ष

Year Anomalistic-8, 22

उच्चानुवर्ति वर्ष

Zenith p 27, 29

सतस्वस्तिक

Zenith Distance 82

नताश

शुद्धिपत्र

पान ४, श्लो० १७ आचे भाषान्तर :

“ अर्थात् त्या दशांश भागाला ” ह्याबद्दल

“ महासुग्राच्या दशांश भागाला ” असे वाचावे.

पान ४, सप्तम्ययस्ते मनवः हा १९ वा श्लोक,

श्लोक १८ याचे पुढे लगेच वाचावा.

पान १७, पहिल्या ६ व ७ ह्या ओळीमध्ये जेथे “ लम्बज्या ” असा शब्द आहे तेथे

“ लम्बांश ” असे वाचावे.

ओळ २० “ Meridian ” याबद्दल “ Prime Meridian मुख्य ” असे वाचावे.

पान २२, ओळ १७, यात “ ३१॥ पळे म्हणजे ” याच्यापुढे “ उच्चानुवर्ति असल्याने ” असे वाचावे.

पान ५५ श्लोक ४६, स्पष्टीकरण पॅरा १ च्या शेवटी “ ग्रहभुक्तिप्रमाणेच स्थिरतारांच्या मासमान परिभ्रमण कालासंबधानेहि ह्या श्लोकाची योजना करता येते ”

पान ९७ श्लोक ४२ यात

त्रिभुजकर्णार्ध म्हणजे परमक्रान्तिदुज्या अथवा Cos obliquity; आणि स्वकोय दुज्या म्हणजे Cos declination असे समजावे.

॥ श्रीगणेशायनमः ॥

॥ सूर्यसिद्धांत ॥

तागीशाचाः सुमनसः सर्वार्थानां मुपक्रमे ।
यन्त्या कृतकृत्याः स्युःस्तं नतोस्मि गणेश्वरम् ॥
यथा शिखा मयूराणां नागानां मणयो यथा ।
तद्वद् वेदाङ्गशास्त्राणां ज्योतिषं मूर्धनि स्थितम् ॥

अध्याय पहिला (मध्यमाधिकार)

अचिन्त्याव्यक्त-रूपाय निर्गुणाय गुणात्मने ॥
समस्त-जगदाधार-मूर्त्ये नमः ॥ १ ॥

ज्याचें चिन्तन किंवा आकलन करितां येत नाही, जें अव्यक्त आणि निर्गुण असूनहि सगुण रूपानेंच व्यक्त होतें, आणि त्याचा सर्व विश्वाला प्रत्यक्ष आधार आहे अशा परब्रह्माचा नमस्कार असो १

अस्मान्निशिष्टे तु कृते मयनामा महाऽसुरः ॥
रहस्यं परमं पुण्यं जिज्ञासुर्ज्ञानमुत्तमम् ॥ २ ॥
वेदाङ्गमर्थं अखिलं ज्योतिषा गतिकारणम् ॥
आराधयन् विवस्वन्तं तपस् तेषु मुदुधरम् ॥ ३ ॥

कृतयुग सप्त आलें होतें, योडा अग्नि शिडक होता अशा वेळीं मय नांवाचा जो एका निर्यात् असुर त्यानें केळें काय तर वेदाच्या सहा अंगार्थी श्रेष्ठ अंग आणि सर्व ग्रह नक्षत्रादिकांच्या (वास्तविक आणि भासमान) गतीच्या कारणाचें स्वीकरण उपांत आहे, असें मूढ आणि अल्पत पुण्यकारक असें ज्योतिषशास्त्र जाणणाऱ्या इष्टेनें उत्तम प्रकारचें परतु फार अवघड असें तप करून सूर्याची आराधना केली २, ३

तोपितम् तपसा तेन ग्रीवम् तस्मै वरार्पितम् ॥
ब्रह्मणा चरितं प्रादान्मयाय सविता स्वयम् ॥ ४ ॥

विदित स्ते मया भावस्तोपित—स्तपसा द्यहम् ॥

दद्यां कालाश्रयं ज्ञानं ग्रहाणां चरितं महत् ॥ ५ ॥

न मे तेजः सहः कश्चि दाख्यातुं नास्ति मे क्षणः ॥

मदंशः पुरुषोऽयं ते निःशेषं कथयिष्यति ॥ ६ ॥

इत्युक्तवान्तर्दधे देवः समादिश्यांश्चमात्मनः ॥

स पुमान् मयमाहेदं प्रणतं प्राञ्जलिस्थितम् ॥ ७ ॥

शृणुष्वैकमनाः पूर्वं यदुक्तं ज्ञानमुचमम् ॥

युगे युगे महर्षीणां स्वयमेव विवस्वताः ॥ ८ ॥

त्या तपाने सूर्य नारायण संतुष्ट होऊन प्रसन्न झाले. आणि वर मागणारा जो मयासुर त्याला स्वतः सूर्यानेच ग्रहादिकांच्या स्थिति गतिचें ज्ञान सांगितलें ४.—सूर्य म्हणाला. तुझा उद्देश मला कळला आहे, आणि तुझ्या तपानेहि मी संतुष्ट झालों आहे, म्हणून कालाच्या आधारावर उभारलें गेलेलें, आणि ग्रहादिकांसंबंधीचें उत्तम असें जें ज्योतिषशास्त्र तें मी तुला सांगतों ५—परंतु माझे तेज कोणाच्याहि सहन होत नाही (मग तुलाच कसे सहन होईल ?) आणि शिवाय मला तितका वेळहि नाही; म्हणून माझ्याच अंशानें अवतीर्ण झालेला एक ज्ञानी पुरुष तें शास्त्र तुला समप्र शिकवील. ६—असें बोलून सूर्यानें आपल्याच अंशानें अवतीर्ण झालेला तो ज्ञानी पुरुष मयासुरास भेटविला आणि मग सूर्य नारायण अन्तर्धान पावला. तेव्हा हात जोडून पुढें उभा राहिलेल्या मयासुरास तो पुरुष म्हणाला कीः—७. प्रत्येक युगांत स्वतः सूर्यानेच मोठ-मोठ्या ऋषीनां उत्कृष्ट असे ज्योतिषशास्त्र शिकविलें तें आता तूं लक्ष पूर्वेक ऐक. ८

शास्त्रमाद्यं तदेवेदं यत् पूर्वं प्राह मास्करः ॥

युगानां परिवर्तेन कालभेदोऽत्र केवलम् ॥ ९ ॥

अगदीं मूळचें जें शास्त्र सूर्यानें पूर्वी ऋषींना सांगितलें तेंच मी आतां सांगत आहे. परंतु युगांचा बदल होत असल्यामुळेच कालगणना पद्धती मात्र बदलली जाते, ती आतांच्या युगानुरूप बदलली आहे. ९

स्पष्टीकरणः—श्लोक २ ते ९ द्वारारून हें आपल्यास खात्रीपूर्वक समजतें कीं असुर लोकांना म्हणजे असीरियन लोकांना ज्योतिषाची माहिती झाली ती आमच्या ऋषिंच्या कडूनच झाली. आम्हीच हें शास्त्र पाश्चात्यास शिकविलें. मयासुर हा एक विद्वान् असीरियन हिंदुस्थानात येऊन इकडे वेदांग ज्योतिष आणि सिद्धांत ज्योतिषाचा अभ्यास करून त्यान आसारापांत त्याचा प्रसार केला.

लोकानामन्तकृत् कालः कालोऽन्यः कलनात्मकः ॥

स द्विधा स्थूलसूक्ष्मत्वाद् मूर्त्तधामूर्त्त उच्यते ॥ १० ॥

काल शब्दाचे दोन अर्थ आहेत. 'वस्तु मात्राचा नाश करणारी शक्ति' हा काल शब्दाचा पहिला अर्थ. त्यालाच "अन्तक" म्हणतात. ज्याच्या योगानें भूत-वर्तमान-भविष्य

अशी गणना करता येते तो कलनात्मक काळ हा दुसरा अर्थ. कलनात्मक काळ हा स्थूल आणि सूक्ष्म, किंवा मूर्त आणि अमूर्त ह्या प्रमाणे दोन प्रकारचा आहे १०

प्राणादिः कथितो मूर्त स्रष्ट्याद्योऽमूर्तसंज्ञकः ॥

पद्भिः प्राणैर्विनाडी स्यात् तत्पत्त्या नाडिका स्मृता ॥ ११ ॥

नाडी-पत्त्या तु नाक्षत्रमहोरात्रं प्रकीर्तितम् ॥

तत् त्रिस्रता भवेन्मासः सावनोऽर्कोदयं स्वया ॥ १२ ॥

आसोऽष्टास हा मूर्त स्वरूपी म्हणजे प्रत्यक्ष समजू शकणारा असा काळ; आणि विपलें, पलें, घटका इत्यादि कालगणनात्मक पद्धति हा अप्रत्यक्ष किंवा अमूर्त काळ होय. सहा आसो-
ऽष्टास झाले म्हणजे तितक्या कालाळा एरु पळ असें म्हणतात; ह्या प्रमाणे साठ पळांची (३६०-
आसोऽष्टासांची) एक नाडी म्हणजे घटिका होते. (११) ह्या प्रमाणे साठ घटिका झाल्या
म्हणजे नाक्षत्र मानाचा एरु दिवस (अहोरात्र) होतो. अशा तीस नाक्षत्र दिवसांचा एक नाक्षत्र
मास होतो आणि सूर्योदयाची सख्या तीस पूर्ण झाली म्हणजे त्याला सावन महिना म्हणतात (१२)

ऐन्दव-स्तिथिभि-स्तद्वत् संक्रान्त्या सौर उच्यते ॥

मासैर्द्वादशभि-र्वर्षं दिव्यं तदह-रुच्यते ॥ १३ ॥

सुरा-सुराणामन्योन्यमहोरात्रं विपर्ययात् ॥

तत् पटिः पद्गुणा दिव्यं वर्षमासुरमेवच ॥ १४ ॥

चान्द्र तिथि तीस पूर्ण झाल्या म्हणजे तो चान्द्रमास; आणि प्रत्येक संक्रांतिला जो एकेक
महिना पुरा होतो तो सौरमास होय. (बारा चान्द्र मासांचें चान्द्र वर्ष आणि) बारा सौर
मासांचें एक सौर वर्ष होतें. मानवाचें एक वर्ष म्हणजे देवांचा १ दिवस, देवांचा जो दिवस ती
अमुराची रात्र आणि अमुरांचा दिवस तो देवांची रात्र या प्रमाणे उलट सुलट प्रकार आहे. या
प्रमाणे देवांचे ३६० दिवस झाले म्हणजे त्यांचे वर्ष होतें त्याला दिव्य वर्ष म्हणतात. तसंच
अमुरांचेहि वर्ष होतें.

तद् द्वादशसहस्राणि चतुर्युगमुदाहृतम् ॥

सूर्यान्दसंख्यया, द्वि-त्रि-सागरी रयुताहतैः ॥ १५ ॥

सन्ध्या सन्ध्यांश सहितं त्रिज्ञेयं तत् चतुर्युगम् ॥

कृतादीनां व्यस्येयं धर्मपादव्यवस्थया ॥ १६ ॥

युगस्य दशमो भागः चतुर्वि-द्वयेक-सहगुणः ॥

क्रमात् कृतयुगादीनां षष्ठांशः सन्धयोः स्वकः ॥ १७ ॥

देवांची १२००० बारा हजार वर्षे झाली म्हणजे मानवी (कृत्रेतादि) चार युगे होताना,
किंवा ४३२ अयुत वर्षे (अथवा ४३२०००० मानवी वर्षे) झाली म्हणजे एक महायुग किंवा
चार युगांची एक चौकटी होते. प्रत्येक युगाच्या आरंभी आणि शेवटी संधिकाळ असतो. तो

संधिकाल कृतयुगाच्चा आरंभी आणि शेषटी मिळून जितका असतो, त्याच्या पाऊणपट सन्धिकाल त्रेतायुगाच्चा, अर्धा द्वापराचा आणि पाव हिस्सा कलिचा संधिकाल असतो. द्वाप्रमाणे कृताच्या आरंभी ४०० (दिव्य वर्षे) आणि अंती ४०० वर्षे संधिकाल असतो. नंतर त्रेताचा आरंभ संधि, ३००, (दिव्य वर्षे) आणि अंतसंधि ३०० (दिव्य) वर्षे पुढे द्वापराचे दोन सन्धि प्रत्येकी २०० (दिव्य) वर्षांचा; तसेच कलिचे दोन सन्धि प्रत्येक १०० दिव्य वर्षांचा; मिळोन एकंदर संधिकाल २००० (दिव्य) वर्षांचा आणि प्रत्यक्ष युगकाल १०००० (दिव्य) वर्षांचा या प्रमाणे १२००० (दिव्य) वर्षे किंवा मानवी सौरवर्षे ४३२०००० इाळी म्हणजे (संधिकाल धरून) एक चौकडी अथवा महायुग होते. प्रत्येक युगान्तराला ज्या प्रमाणे "धर्म" पाव हिस्सा कमी होतो. तशीच व्यत्यया युगांची आणि सन्धिकालाचीहि आहे. १६.

प्रत्येक युगाचे सन्धिकाल धरून जितके युगमानाची (जितकी वर्षे) होतात त्याच्या सहाव्या हिस्शा इतकी वर्षे दोन्ही सन्धिकालाची मिळोन होतात. किंवा सन्धिकाल सोडून युगाची जितकी वर्षे त्याच्या दहाव्या हिस्शा इतका एकैक सन्धिकाल असतो. अर्थात् त्या दशांश भागाला अनुक्रमे ४, ३, २ इांनी गुणिले असतां कृत, त्रेत, द्वापार इांचे युगमान होते. १७.

युगानां सप्ततिः सैका मन्वन्तरमिहोच्यते ॥

कृताब्द संख्यां तस्यान्ते सन्धिः प्रोक्तो जलप्रवः ॥ १८ ॥

एकाह्तर महायुगांचे (४३२००००×७१ इतक्या वर्षांचे) एक मन्वन्तर होते. प्रत्येक युगाला जसा सन्धि तशाच प्रत्येक मन्वन्तराच्या शेषटी संधि काल असतो. कृत युगाची जितकी वर्षे तितका (म्हणजे १७२८००० वर्षे इतका) एका मन्वन्तराचा सन्धि काल असतो. त्या सन्धि कालातच जल प्रलय होतो. १८.

संधि कालाची वर्षे आणि मन्वन्तराची वर्षे मिळोन एक मनु (अथवा ४३२००००×७१ अधिक १७२८००० इतका संधि काल म्हणजे एक मनु) असे चौदा मनु म्हणजे एक कल्प होतो.

स्पष्टीकरण—एका 'मनु' मध्ये संधिकाल धरून ३०८४४८००० इतकी वर्षे होतात.

सप्तमन्वयस्ते मनवः कल्पे ज्ञेया श्रतुर्दश ॥

कृतप्रमाणः कल्पादौ सन्धिः पञ्चदशः स्मृतः ॥ १९ ॥

प्रत्येक कल्पांरमी कृतयुगा इतका (म्हणजे १७२८००० वर्षांचा) सन्धिकाल असतो अर्थात् १४ मन्वन्तरांमध्ये पंधरा मनुसन्धिकाल असतात. १९

इत्थं युगसहस्रेण भूतसंहारकारकः ॥

कल्पो ब्राह्मणः प्रोक्तं शर्वरी तस्य तावती ॥ २० ॥

परमायुः शतं तस्य तयाऽहोरात्र-संख्यया ॥

आयुषोऽर्द्धमितं तस्य शेषं कल्पोऽयमादिमः ॥ २१ ॥

द्वाप्रमाणे सहस्र युगांचा एक कल्प होतो. त्या कल्पांनी सर्व प्राण्यांचा संहार होतो. एक

कल्प म्हणजे ब्रह्मदेवाचा एक दिवस, तितक्याच वर्षांची त्याची रात्र. ह्याप्रमाणे ब्रह्मदेवाची ३६० अहोरात्रे झाली म्हणजे त्याचे एक वर्ष होते. ह्याप्रमाणे शमर जे ब्रह्मदेवाचे आयुष्य असते (२×३६० कल्प × १०० इतकी वर्षे) होतात. त्यापैकी हल्लीच्या ब्रह्मदेवाच्या आयुष्याची पचास वर्षे होऊन गेली आहेत एतान्नाच्या वर्षाचा पहिला दिवस चालू आहे.

स्पष्टीकरण—एका कल्पामध्ये आपली ४३२००००००० चार अब्ज वत्तीस कोट वर्षे होतात. पुनः तितक्याच वर्षांची रात्र. ब्रह्मदेवाचे एक अहोरात्र म्हणजे आठ अब्ज चौसष्ट कोटि वर्षे होतात. ह्याप्रमाणे बरील प्रचण्ड सव्येला ३६०×५० ह्यानीं गुणले म्हणजे ब्रह्मदेवाचे आयुष्य किती समाप्त झाले ते समजेल. ह्या कल्पनातांत वर्ष सव्येच्या हेतु कालाचे अनन्तत्व दाखविण्यासाठीच आहे.

कल्पादसाच मनवः पृथ्व्यतीताः ससन्धयः ॥

वैवस्वतस्यच मनो-युगानां त्रिघनो मतः ॥ २२ ॥

अष्टाविंशत्युगादस्माद्यातमेतत् कृतं युगम् ॥

अतः कालं प्रसङ्ख्याय सङ्ख्यामेकत्र पिण्डयेत् ॥ २३ ॥

दिव्य पुरुष मयासुरास म्दणतो कीं, चालू कल्पापैरीं सहा मनु होऊन गेले, [सातव्या वैवस्वत मन्वन्तराचा सन्धिकालहि खेळास होऊन त्यानंतर २७ सत्तारीस महायुगे संपून गेली आहेत, आणि अष्टाविसाव्या महायुगापैकी पहिले कृतयुगहि संपलेच आहे तर आता ब्रह्मदेवाच्या आयुष्याची किती वर्षे गेली हे त्या करिता बरीज गुणाकार करून तूच पहा म्हणजे झाले. २३

ग्रहर्ष देव दैत्यादि सृजतोऽस्य चराचरम् ॥

कृताद्रि वेदा दिव्याद्वाः शतघ्ना वेधसो गताः ॥ २४ ॥

नक्षत्रे, ग्रह, देव, दैत्य, तसेच इतर सर्ग चराचर वस्तू ह्यानीं भरलेली सृष्टि उत्पन्न होऊन किती वर्षे झाली म्हणशील तर तिला उत्पन्न होऊन ४७४०० दिव्य जे इतका काल छोटला आहे.

पश्चाद् व्रजंतोऽपि जवान्नक्षत्रैः सततं ग्रहाः ॥

जीय मानास्तुल्यमन्ते तुल्यमेव स्मार्गगाः ॥ २५ ॥

सतत म्हणजे अगदीं एक क्षणभरहि न थायता नक्षत्रे म्हणजे स्वप्रकाश तारका ह्या अतिशय वेगाने (पूर्वे कडून) पश्चिमेकडे दोडत जात आहेत. म्हणून त्या शर्यतीन नक्षत्रांनीं ग्रहाना हटारिल्याने ते मागच्या मार्गेन राहातात. [म्हणजे नक्षत्रे पूर्वेकडून पश्चिमेकडे घांयतात आणि] ग्रह मागे राहिल्याने ते नक्षत्राच्या अनुरोधाने पश्चिमेकडून पूर्वेकडे आपल्या वास्तविक गतीने राहाऊन जातात. प्रत्येक ग्रहाचा नक्षत्रामधून पूर्वेकडे जाण्याचा वेग याच्या त्याच्या कक्षेच्या दूरत्वाच्या प्रमाणाने एस्मारावा आहे. २५

स्पष्टीकरण—हा श्लोक आनिशय महत्त्वाचा आहे. पृथ्वीचा दैनंदिन गतमुळे नक्षत्रे पूर्वेकडून पश्चिमेकडे जोराने घांयत आहेत असे वाटते. जोराने म्हणण्याचे कारण असे कीं सर्व

नक्षत्रे आकाशाच्या परिघाची एका दिवसांतच प्रदक्षिणा संप्रवितात. येवढा वेग कोणाचाच नाही. सूर्याला सुद्धा नक्षत्रांच्या मानाने ४-मिनिटा इतका म्हणजे सुमारे दहा पळे वेळ जास्त लागतो. व्यावहारिक दृष्ट्या नक्षत्रे ही स्थिर आहेत. परंतु वस्तुतः ती अगदी स्थिर नाहीत. तथापि कित्येक हजार वर्षे लोटली तरी त्यांच्या परस्पर सापेक्ष स्थितीत काहीच फरक पडत नाही. अगदी थोड्या तारा अशा आहेत की १०।१५ हजार वर्षांत त्यांच्या स्थितीत काही विकलीचे अन्तर पडते परंतु इतर नक्षत्रांत तीस तीस हजार वर्षांतहि तितकें सुद्धा अन्तर पडत नाही म्हणून नक्षत्रे ही अगदी स्थिर आहेत असेच मानून ग्रहांच्या स्थिति गतीचें गणित वर्तवितात.

नक्षत्रे ही प्रवह वायूच्या जोराने धांवतात. असे सिद्धांतांत प्राचीन सांगितले आहे प्रवह म्हणजे पृथ्वीला आपल्या आंसा भोंवती गरगर फिरविणारी शक्ति म्हणून प्रवह वायूच्या योगाने नक्षत्रे फिरतात. ह्याचा स्पष्ट अर्थ असा की पृथ्वीच्या दैनंदिन भ्रमणामुळेच नक्षत्रांना पूर्वेकडून पश्चिमेकडे धांवण्याची गति आहे असा आपणांस भास होतो. ह्याला तुलना अशी की आपण आगगाडीत बसले असता जेव्हा गाडी भर वेगाने धांवते तेव्हा सडकेच्या कडेची झाडे, घरे व तारायंत्राचे खांब तितक्याच जोराने उलट दिशेकडे धांवताना दिसतात. वास्तविक पाहिले असता झाडे किंवा तारायंत्राचे खांब मुळीच हलत नाहीत. आगगाडीच धांवते परंतु आपल्यास मात्र झाडे धांवत आहेत असे जे वाटते तो अर्थातच तुसता भास असतो. त्याच प्रमाणे नक्षत्रांची भासमान गति. नक्षत्रे स्थिरच आहेत परंतु पृथ्वीबरोबर आपणहि पश्चिमेकडून पूर्वेकडे 'गिरक्या घेतो, त्या कारणाने नक्षत्रे तितक्याच वेगाने आकाशात पूर्वेकडून पश्चिमेकडे धांवत जाऊन पृथ्वीला प्रदक्षिणा करित आहेत असे दिसते, तो निव्वळ भास आहे हे उघड आहे- सूर्य, चंद्र आणि इतर सुधादि सप्तग्रह पश्चिमेकडून पूर्वेकडे आपल्या वास्तविक गतिने जात असतात तरी ते देखील पृथ्वीच्या अक्षभ्रमणामुळे दररोज पृथ्वीची प्रदक्षिणा करतातच असे दिसते-तो देखाळ आमासच होय.

प्रवह वायुची गति म्हणजे पृथ्वीच्या अक्षभ्रमणामुळे उत्पन्न झाल्यासारखी दिसणारी गति- हिला प्रवह-गति किंवा दैनंदिन गति असे म्हणू. प्रवह गतिच्या शर्यतीत चंद्र हा कार मागे म्हणजे दररोज सुमारे ५० मिनिटे मागे पडतो म्हणून उशीरा उगवतो. सूर्य सुमारे चार मिनिटे ह्याप्रमाणे प्रत्येक ग्रहाचे मान निरनिराळे आहे. परंतु प्रमाण मात्र सारखे आहे आणि ते त्यांच्या कक्षेच्या अंतराशी अगदी सारख्या प्रमाणांत आहे. म्हणजे प्रत्येक ग्रहाचा प्रदक्षिणा काल आणि त्यांचे द्रव्य (म्हणजे सूर्यापासूनचे अन्तर) ह्यांचे प्रमाण अगदी सारखे आहे. हा शोध युरोपमध्ये (Kepler) केप्लर हाने लावला तोच शोध अगदी तसाच शब्दांमध्ये आपल्या सूर्यसिद्धान्तांमध्येहि आढळत आहे. ही खरोखर भूषणास्पद गोष्ट आहे. "गुन्यमेव छन्दन्ते स्वमार्गगाः" म्हणजे आपल्या कक्षेंत फिरत असता अगदी सारख्या प्रमाणांतच मागे राहतात. ह्यामध्ये थोडाताण नाही, अप्याहार नाही, पदरचा शब्द नाही. काही नाही. छन्दन्ते म्हणजे रेंगाळत पूर्वेकडे जातात. त्यांत शनि हा फारच रेंगाळतो-तो अगदी मंद आहे. त्यापेक्षा गुरु जरा डीकार भ्रमण करतो, त्यापेक्षा मंगळ नंतर-रवि त्यापेक्षा शुक्र. त्यापेक्षा बुध. नंतर चंद्र. चंद्र हा सर्वांमध्ये नक्षत्र प्रदक्षिणा छीकर पुरी करतो.

प्राग्गतित्वं अत स्तेषां भगणैः प्रत्यहंगतिः ॥

परिणाहवशाद् भिन्ना तद्वशाद्भानि भुञ्जते ॥ २६ ॥

शीघ्रग स्तान्यथाल्पेन कालेन महताऽल्पगः ॥

तेषां तु परिवर्त्तेन पौष्णान्ते भगणः स्मृतः ॥ २७ ॥

भगण (म्हणजे स्थिर नक्षत्रांचा समूह; व विशेषे करून कृत्तिकाहि सत्तावीस नक्षत्रे किंवा मेघादि तारा-युक्त बारा विभाग ह्यांना " भगण " ही संज्ञा आहे. असा भगण) अथवा नक्षत्रांचे चक्र हे दररोज पूर्वेरुद्ध पश्चिमेकडे आकाश परिघातून वेगाने प्रदक्षिणा करीत असल्या-मुळे रविचंद्रादि ग्रह हे प्रतिदिनीं नक्षत्रातून पूर्वेकडे गमन करितात. प्रत्येक ग्रहाच्या कक्षेचा परिघ म्हणजे घेर निरनिराळा असल्या कारणाने त्यांची पूर्वेरुद्ध जाण्याची दिनगति निरनिराळ्या मानांची असते. अशा भिन्न गतीने ते सर्व नक्षत्रातून (पश्चिमेरुद्धून पूर्वेकडे) यथा काल भ्रमण करितात (हाच ग्रहांचा नक्षत्र भोग.) २६

म्हणूनच ज्या ग्रहाची दिनगति जलद असते तो ज्या अवधीमध्ये सर्व नक्षत्र चक्राचा भोग करितो. त्या पेक्षा जास्त वेळ त्या पेक्षा कमी गतीच्या ग्रहास लागतो. [ज्या ग्रहाची दिनगति कमी त्याच्या भगणास वेळ जास्त; किंवा ज्याच्या भगणास वेळ कमी त्या ग्रहाची दिनगति जास्त] त्यांचा सत्तावीस नक्षत्रातून एक फेरा पुरा झाला म्हणजे त्यास " भगण " म्हणतात. सर्व ग्रहांचा भगण रेवती नक्षत्राच्या अखेरीस पूर्ण होतो. २७

स्पष्टीकरणः— " भगण " ह्या संज्ञेचा पारिभाषिक अर्थ " नक्षत्रचक्रामधील ग्रहांचे परिभ्रमण किंवा फेरा " असा श्लोक २६, २७ ह्यांच्या अनुरोधाने होतो.

विकलानां कला पृष्ट्या तत्पृष्ट्या भाग उच्यते ॥

तत् त्रिंशता भवेद्राशि-भगणो द्वादशैव ते ॥ २८ ॥

सबब नक्षत्र चक्राचा जो परिघ त्याचे बरोबर सारखे बारा भाग केले म्हणजे प्रत्येक भागाला राशि असे म्हणतात. बारा राशिंचा एक नक्षत्र-भगण [ह्याचा अंतिम बिन्दु श्लोक २७ प्रमाणे रेवती नक्षत्राचा शेवटचा बिन्दु होय. तोच भगणाचा शेवट आणि तेथूनच भगणाचा आरंभ तो सूर्यसिद्धान्ताप्रमाणे अश्विन्यादि, आणि वेदाङ्ग ज्योतिषानुसार कृत्तिकादि असतो.] राशिचा तिसरा भाग तो अंश (किंवा राश्यंश. अर्थात् एका भगणात ३६० अंश असतात. अशाचा साठावा विभाग म्हणजे कला, आणि एका कलेचा साठाना विभाग म्हणजे विकला.

स्पष्टीकरणः— अंशाच्या आंकड्याच्या डोक्यानर ० पोकळ शून्याची खूण करतात. कलेची खूण ' अशी, आणि विकलेची खूण " अशी असते. मूळ प्रमाण ६० " ची एक कला ६० ' कलांचा एक अंश, ३० " अशाचा राशि आणि बारा राशांचा भगण असे कोष्टक सांगितले आहे. परंतु परिघ हे परिमाण निश्चित, कोणत्याहि परिघाचा तीनशे साठाना हिस्सा म्हणजे एक अंश हेहि निश्चित असल्याने भाषान्तरामध्ये परिघापासून विरुद्धे पर्यंत उतरत्या भाजणीने कोष्टक दिले आहे.

युगे सूर्य-ज्ञ-शुक्राणां रचतुष्क-रदार्णवाः ॥

'कुजार्क-गुरु-शीघ्राणां भगणाः पूर्वयायिनाम् ॥ २९ ॥

सूर्य, बुध, शुक्र, मंगळ, गुरु आणि शनि ह्यांची मध्यम गति समजण्यासाठी, आणि पूर्व-कडे (नक्षत्रावृत्त) गमन करणाऱ्या ग्रहांची शीघ्र समजण्यासाठी ४३२०००० त्रेचाळीस लक्ष वीस हजार सौर वर्षांचे जे महायुग त्याच्या अनुरोधाने भगणसंख्या ठरविली आहे (म्हणून एका महायुगामध्ये सूर्याचे भगण ४३२०००० इतके होतात) २९

इन्द्रो रसाग्रिणीपु-सप्तभूधरमार्गणाः ॥

दस्रथ्यष्ट रसाङ्गाक्षिलोचनानि कुजस्य तु ॥ ३० ॥

बुध शीघ्रस्य ग्रन्थर्तुसादिव्यंक नगेन्दवः ॥

बृहस्पतेः रदसाक्षि वेदपङ्कज्य-स्तथा ॥ ३१ ॥

सितशीघ्रस्य पदसप्तत्रिंशमा खिरभूधराः ॥

शने भुजङ्ग पदपञ्च रस वेद निशाकराः ॥ ३२ ॥

चन्द्रोच्चस्याग्रिशून्याश्चि वसु सर्पार्णवा युगे ॥

वामं पातस्य वसुत्रियमाक्षिशिखिदक्षकाः ॥ ३३ ॥

तसेच एका महायुगात चंद्राचे ५७७५३३६, मंगळाचे २२९६८३२, बुध शीघ्राचे १७९३७०६०, गुरुचे भगण ३६४२२०, शुक्र शीघ्राचे ७०२२३७६, आणि शनिचे १४६५६८ भगण होतात चंद्रो-च्चाचे ४८८२०३, चंद्रपाताचे म्हणजे राहूचे भगण २३२२६८ होतात पातळ किंवा राहू ह्यांची गति उलट असते

मानामष्टाक्षि वसवत्रि त्रि द्वि द्व्यष्ट शरेन्दवः ॥

भोदया भगणेः सैः स्वैरूना स्वस्त्रोदया युगे ॥ ३४ ॥

नक्षत्रांचे केरे एका महायुगात १५८२२३७८२८ होतात हे केरे म्हणजे नाक्षत्र-दिनांची सख्या होय ह्या नाक्षत्र भगणा या दिन सख्येवून प्रत्येक ग्रहाची भगण सख्या यज्ञा केली असता वरील नक्षत्र दिनसख्येच्या अनुरोधाने त्या त्या ग्रहाचे उदय किती होतात ती संख्या समजते

उदाहरणार्थ नाक्षत्रदिन संख्या १५८२२३७८२८ उणे ४३२०००० = १५७७९१७८२८ ही सूर्योदयाची सख्या झाली एक सूर्योदय म्हणजे सातन दिवस म्हणून एका महायुगा-या काळ खण्ळात १५७७९१७८२८ इतके सातन दिवस होतात ते हा ग्रीकांशिकाने सातनदिन सख्येला सौर भगण सख्येने भागिले असता एका सौर वर्षाचे सातन मान समजते ते ३६५ दिवस १५ घ ३९ पळे ३१ विपळे येते

भवन्ति शशिनो मासाः सूर्येन्दु भगणान्तरम् ॥

रविमासोनितास्वेतु शेषाः स्युरधिमासकाः ॥ ३५ ॥

एका महायुगाच्या चन्द्र भगणांतून सूर्याचे भगण वजा केले असता एका महायुगांतिल चान्द्रमासांची संख्या समजते. त्यांतून रविमासांची संख्या (४३२००००×१२) वजा केली असता महायुगांतिल अधिक चान्द्रमासांची संख्या येते. ३५

सावनाहानि चान्द्रेभ्यो द्युभ्यः प्रोज्झ्य तिथि क्षयाः ॥
उदया दुदयं भानो भूमिसावनवासराः ॥ ३६ ॥

चान्द्रमासांच्या तिथि करून (म्हणजे चान्द्रमास संख्येला ३० नीं गुणून) त्यांतून सावन दिनसंख्या वजा केली म्हणजे क्षय तिथींची संख्या येते. सूर्याचा उदय झाल्यापासून पुढील दुसरा उदय होई पर्यंतचा जो काळ तो मौम दिन होय, ह्यालाच सावन दिवस म्हणतात. ३६

वसु-द्वयष्टाद्विरूपाङ्गसप्ताद्वि-तिथयो युगे ॥
चान्द्राः स्याष्ट सप्तव्योमस्यष्टिनिशाकताः ॥ ३७ ॥

एका महायुगांत मध्यम मानाचे सावन दिवस (श्लोक ३४ प्रमाणें) १५७७९१७८२८ इतकें असतात आणि चान्द्रदिन अथवा तिथींची संख्या १६०३००००८० इतकी असते. ३७

पङ्-वह्नि-त्रि-हुताशाङ्क-तिथयश्चाधिमासकाः ॥
तिथिक्षया यमार्थाश्चिद्व्योमशराधिनः ॥ ३८ ॥

(श्लोक ३५ प्रमाणें) एका महायुगांत १५९३३३६ अधिकमास (चान्द्र-सौर मानानें) येतात आणि २५०८२२५२ क्षयतिथींची संख्या असते. ३८

सप्ततुष्कसमुद्राष्ट-कुपञ्च-रविमासकाः ॥
भवन्ति भोदया भानुभगणैरुनिताः कदाः ॥ ३९ ॥

महायुगांतिल सौरवर्ष संख्या ४३२०००० हिला १२ नीं गुणिलें असता ५१८४०००० इतकी सौरमासांची संख्या होते आणि वर श्लोक ३४ व ३७ ह्यांत सांगितल्याप्रमाणें नक्षत्रभ्रमण संख्या (१५८२२३७८२८) हिलांतून सौर भगण (४३२००००) उणे केल्यास बुद्धि दिन संख्या म्हणजे सावन दिन संख्या येते. ३९

अधिमासोनरात्र्यक्ष चाद्र सावन वासराः ॥
एते सहस्रगुणिताः कल्पेभ्युर्भगणादयः ॥ ४० ॥

एका महायुगामध्ये होणारे अधिमास, क्षयतिथी, चान्द्र सावन दिन इत्यादिकांस १००० ह्या हांख्येने गुणिले असता त्यांची एका कल्पातील संख्या येते.

बरील श्लोक २९ पासून ३६ पर्यंत एका महायुगांत जीं माने निघतात तीं येणें प्रमाणें—
सष्टयुत्पत्तिकालं वर्षे १७०६४००० (श्लोक २४)
एक महायुग ४३२०००० वर्षे
ए. धि... २

नक्षत्र भ्रम अथवा	} १५८२२३७८२८	प्रह्रांचें भगण	
भूभ्रम		बुध	१७९३७०६०
रवि भगण	४३२००००	शुक्र	७०२२३७६
सावनदिन	१५७७९१७८२८	मंगळ	२२९६८३२
चन्द्रभगण	५७७५३३३६	गुरु	३६४२२०
चन्द्रोच्च	४८८२०३	शनि	१४६५६८
चन्द्रकेन्द्र	५७२६५१३३	चांद्रमास	५३४३३३३६
चंद्रपात अथवा	} २३२२३८	तिथि	१६०३००००८०
राहु		आधिकमास	१५९३३३६
सौरमास	५१८४००००	क्षयतिथि	२५०८२२५२

श्लोक ४१ ते ४४ ह्यांत रवि, मंगळ, बुध, गुरु, शुक, शनि ह्यांच्या मन्दोच्चांचे एक कल्पांतील भगण आणि पात भगण दिले आहेत ते असे:—

प्रागतेः सूर्यमन्दस्य कल्पे सप्ताष्टयद्वयः ॥
 कौजस्य-वेद-स्वयमा बौधस्याष्टर्तु बह्वयः ॥ ४१ ॥
 राखरंध्राणि जैवस्य शौक्रस्यार्थ-गुणेपवः ॥
 गोऽग्नयः शनिमन्दस्य, पातानामथ वामतः ॥ ४२ ॥
 मनुदस्त्रास्तु कौजस्य बौधस्याष्टाष्ट-सागराः ॥
 कृताद्रिचन्द्रा जैवस्य त्रिखाङ्गाश्च भृगोस्तथा ॥ ४३ ॥
 शनिपातस्य भगणाः कल्पे यमरसर्तवः ॥
 भगणाः पूर्वमेवात्र प्रोक्ताश्चन्द्रोच्चपातयोः ॥ ४४ ॥

एका कल्पामध्ये (१००० महायुगांत)

मन्दोच्च भगण	पातभगण
रवि ३८७	—नाहीं—
मंगळ २०४	मंगळ २१४
बुध ३६८	बुध ४८८
गुरु ९००	गुरु १७४
शुक्र ५३५	शुक्र ९०३
शनि ३९	शनि ६०

आतां कल्पांशपासून व सष्टयुगात्तिपूर्ण झाल्या पासून इष्टवर्षापर्यंत शतवर्ष संख्या करी काढायी त्याचे विवेचन ४५, ४६, ४७ ह्या श्लोकांत केले आहे.

पणमनूनां तु सम्पिण्डय कालं तत्सन्धिभिः सह ॥
 कल्पादिसन्धिना सार्धं वैवस्वतमनो स्वथा ॥ ४५ ॥

युगानां त्रिघनं यातं तथा कृतयुगं त्विदम् ॥

ग्रेज्ज्य सृष्टे स्ततः कालं पूर्वोक्तं दिव्यसंख्यया ॥ ४६ ॥

सूर्याब्द-संख्यया ज्ञेया कृतस्थान्ते गता अमी ॥

खचतुष्क-यमाद्रचयि-शररन्ध्र-निशाकराः ॥ ४७ ॥

प्रत्येक मन्वन्तराच्या वर्ष संख्येत त्याचा सन्धिकाल (जो कृतयुगा येवढा असतो तो) मिळवून संधियुक्त मन्वन्तराची संख्या (अ ही) काढावी नंतर सहा मन्वन्तरे पूर्ण झाली म्हणून घरील (अ) संख्येची सहा पट करावी (म्हणजे आ ही संख्या सहा मन्वन्तरांची होईल. ह्यात कल्पारंभाचा संधिकाल मिळवावा. (म्हणजे क संख्या येते.) नंतर २७ महायुगे गत झाली त्यांची संख्या मिळवून (ख ही) संख्या आणावी. नंतर त्यात अष्टाविसाव्या महायुगापैकी कृतयुग पूर्ण झाले असल्याने त्याची वर्षे मिळवून जी (ग ही) वर्ष संख्या येते ती कल्पारंभापासून सातव्या मन्वन्तराच्या अष्टाविसाव्या महायुगापैकी कृतयुगाच्या अखेरीपर्यंतची वर्षसंख्या होईल. नंतर त्यातून सृष्ट्युत्पत्तिरुडे लागलेली (४७४०० × ३६०) वर्षे वजा केल्यास सृष्ट्युत्पत्तिपूर्ण झाल्यापासून चालू मन्वन्तराच्या अष्टाविसाव्या चौकडीचे पहिले (कृत) युग समाप्त झाले तो पर्यंतची गतवर्ष संख्या येते, ती १ अब्ज, ९५ कोटी, ३७ लक्ष, आणि २० हजार इतकी आहे.

स्पष्टीकरणः—महायुगाची वर्ष संख्या श्लोक १५ प्रमाणे ४३२०००० येते. त्याला ७१ नीं गुणून मन्वन्तर वर्षसंख्या श्लोक १८ प्रमाणे [३०६७२००००] + सन्धिकाल कृत-युगा येवढा १७२८००० वर्षे = (अ) संधियुक्त मन्वन्तर वर्ष संख्या [३०८४४८०००]. याप्रमाणे सहा सन्धि मन्वन्तराची वर्षसंख्या. (आ) [१८५०६८८०००] + [कल्पारंभसन्धि १७२८०००. मिळोन कल्पारंभापासून सहा मन्वन्तरे पूर्ण (क) [१८५२४१६०००] वर्ष संख्या; ह्यात २७ महायुगांची वर्षे ११६६४०००० (ख) मिळवून अष्टाविसाव्या महायुगापैकी कृतयुग पूर्ण झाले म्हणून त्याची वर्षे मिळविली तेव्हा (ग) कल्पारंभापासूनची वर्षसंख्या १९७०७८४००० होते. त्यातून सृष्ट्युत्पत्तिची वर्षे (१७०६४०००) वजा केली म्हणजे प्रस्तुत कल्पातील सृष्ट्युत्पत्तिपासून चालू महायुगातील क्रमयुगाच्या अखेरीपर्यंतची वर्षे येतील ती १९५३७२०००० होतात. त्यांत त्रैतायुगाची (१२९६०००) आणि द्वापरार्ची (८६४०००) वर्षे मिळविली म्हणजे १९५५८८०००० इतकी कोलयुगारंभापर्यंतची वर्षे येतात. त्यांत ३१७९ वर्षे आणखी मिळविल्यास शांतिवाहन शकारमापर्यंतची वर्षसंख्या येते.

अत ऊर्ध्वम् अमी युक्ता गतकालान्दसंख्यया ॥

मासीकृता युता मासै र्मेधुशुक्लादिभि र्गतेः ॥ ४८ ॥

पृथक्स्थास्तेऽधिमासघ्नाः सूर्यमास-विभाजिताः ॥

लब्धाधिमासकैर्युक्ता दिनीकृत्य दिनान्गिताः ॥ ४९ ॥

द्विष्टास्तिथिक्षयाम्यस्ता-श्चान्द्रवासरभाजिताः ॥

लघोनरात्रिरहिता लङ्कायामार्धरात्रिकः ॥ ५० ॥

सावनो घुगणः सूर्यात् दिनमासाब्दपास्ततः ॥

सप्तभिः क्षयितः शेषः सूर्याद् यो वासरेश्वरः ॥ ५१ ॥

हानंतर अहर्गण आणण्याची पद्धति सांगतातः—

आतांपर्यंत सृष्ट्युत्पत्तिपासून गेल्या कृनयुगाच्या अंतांपर्यंत गत झालेली वर्षसंख्या १ अब्ज, ९५ कोटि, ३७ लक्ष, आणि वीसहजार कशी होते ते सांगितले, परंतु अहर्गण काढण्यास चालू वर्षाच्या अगोदरच्या वर्षाच्या अखेरीपर्यंतची वर्षसंख्या प्रथम काढली पाहिजे. त्यासाठी कृतयुगांसाठी वर्षसंख्येत त्रेतायुग द्वापरयुग आणि गनकलियुग इतकी वर्षे मिळविली पाहिजेत हीच गोष्ट प्रथम बरीच श्लोकांत सांगितली आहे. ती अतः ऊर्ध्वम् ह्या श्लोकापासून सांगतातः—

त्रेतारंभापासून ही कृतयुगांतीची संख्या अगदी चालू वर्षांपर्यंतच्या वर्षसंख्येत मिळवावी. नंतर त्या संख्येस १२नी गुणिले असना महिन्यांची संख्या निघते; (अ) त्यांत चैत्रादि गतमाससंख्या मिळवावी (आ) त्यांत गतअधिकमास मिळविले म्हणजे चांद्र मास होतात. (क) अधिकमास संख्या काढण्यासाठी एकंदर माससंख्येस महायुगान्तर्गत अधिमाससंख्येने गुणून सौरमास संख्येने मागावे लागते; ह्या प्रमाणे आलेले अधिमास मास संख्येत मिळवून त्यांच्या तिथि कराव्या आणि त्यांत गततीथि मासारंभापासून मिळवून त्या संख्येनून क्षयणीषि वजा केल्यास सावनदिनसंख्या येते. (ख) हाच घुगण, किंवा दिनराशि, अथवा अहर्गण होय. (महायुगांतर्गत क्षयतिथि संख्येने चांद्रदिनांस गुणून युगांतील तिथिसंख्येने मागिले असता क्षयतिथि येतात त्या वजा कराव्या) ह्या अहर्गण ठेकेतील मध्यरात्रीचा येतो. अहर्गणास सातानी मागून बाकी राहिल ती रविवारापासून मोजल्यास अक्षय म्हणजे मेघ संक्रमणाचा वार निघतो ह्यालाच वासरेश्वर म्हणतात.

स्पष्टीकरणः—ह्या अहर्गण कांही विशिष्ट वर्षांच्या वारंभीचा एकदमच करून त्या दिवशीच्या संक्रमणाच्या वेळेचे मध्यम ग्रहही काढून ठेवतात. त्यास त्या त्या ग्रहाचे क्षेपक म्हणतात. ही विशिष्ट वर्षे म्हणजे द्वापर युगाच्या अन्तिम वर्षांतील मेघसंक्रमणकाल; नंतर कलियुगाच्या ३१७९ ह्या वर्षांचे मेघसंक्रमण. हेच शून्यशकांचे मेघसंक्रमण, त्यानंतर आर्यमठ, वराहमिहिर, शून्यापनांशावर्ष, ब्रह्मगुप्त भारकराचार्य, गणेशदेवज्ञ ह्यांच्या सिद्धांतांची वर्षे ह्या सर्व वर्षांचे अहर्गण आणि क्षेपक पडताळा पाहण्यास उपयोगी पडतात.

ह्या संबंधाने ज्यो. दीक्षित लिहितातः—

“ सांप्रतचा सूर्यसिद्धांत आणि त्याचे अनुयायी इतर सिद्धांत यांच्या मते कल्पारंभीच सर्व सृष्टि उत्पन्न झाली नाही, तर सृष्टि उत्पन्न करण्यास ब्रह्मदेवास ४७४०० दिव्यवर्षे म्हणजे कलियुगायेवढी ३९॥ युगे लागली. कल्पारंभापासून इतका काळ गेला तेव्हा सर्व ग्रह, त्यांची उच्च आणि पात हे सर्व एकत्र होते. पुढे ग्रहगति सुरू झाली. दुसऱ्या आर्यमठाचे बहुतेक असेच मत आहे. त्याची सृष्ट्युत्पत्ति वर्षसंख्या मात्र भिन्न आहे. पंचसिद्धान्तिकोक्त सूर्यादि सिद्धांतांचे मत काय होतं हे समजण्यास मार्ग नाही.

सांप्रतच्या सूर्यसिद्धान्तप्रमाणे वर्तमान कलियुगारंभी सर्व ग्रह मध्यम मानाने एकत्र येतात. तसेच कृनयुगांती सूर्यसिद्धांत झाला तेव्हाहि सर्व ग्रह एकत्र होते. महायुगांत ग्रहांचे जे भगण

मानले आहेत. त्यांची संख्या चोहोंनी विमाज्य आहे. यामुळे २॥ कलियुगांत पूर्ण होतो. यामुळे २॥ कलियुगांत कथा काळाचे अंतराने सर्व ग्रह पुनः एकत्र येतात. ब्रह्मदिनापासून वर्तमान कलियुगारंभापर्यंत ४५६७ इतकी कलिप्रमाण वर्षे गेली. ही संख्या २॥ यांनी विमाज्य नाही. यामुळे सृष्ट्युत्पत्तिकडे पाहिले वर्षे गेली नाहीत असे मानले तर कलारंभी सर्व ग्रह एकत्र येत नाहीत. कलिप्रमाण ३९॥ युगे सृष्ट्युत्पत्तिकडे गेल्यामुळे ग्रहप्रचारारंभापासून वर्तमान कलियुगारंभापर्यंत (४५६७-३९॥) ४५२७॥ कलिप्रमाण युगे होतात, ही संख्या २॥ यांनी विमाज्य आहे. यामुळे सृष्ट्यारंभी सर्व ग्रह एकत्र होते असे मानून वर्तमान कलियुगारंभी आणि तत्पूर्वकृतान्ती ते एकत्र येतात.

सृष्ट्यारंभी मात्र उच्च आणि पात एकत्र होणे बाकी कोणत्याहि काळी ते सर्व एकत्र येत नाहीत.

युगपद्धतिचें महत्त्व काय आणि आपल्या धर्मशास्त्रात व पुराणांत तिचा अन्तर्भाव कशा-
करितां झाला ह्याचें विवेचन येथें अस्तुत आहे. काळाचें अनन्तर आणि साक्षात्मा जे परमेश्वर
त्याच्या स्वरूपाचें अंशतः तरी दिग्दर्शन काळाचा अनन्तरावस्था जाणिवेमुळे निश्चिन्तणें होतें.
आणि ज्योतिष तर प्रत्यक्ष काळाशीं संलग्न असलेली जीं ग्रहनक्षत्रे त्यांच्याशीं व एकाना असल्या-
मुळे युग पद्धतीचें महत्त्व ज्योतिषांत तर अजरामब आहे. अगदीं सूर्य दृष्टीनें पाहिलें तरी वर्ष-
मान, चन्द्र आणि इतर ग्रह ह्यांचे भ्रमणकाल, त्याचप्रमाणें अतिशय सूक्ष्म गतिनें, सरकणारी
मन्दोच्चें, व पात ह्यांचें मापन युगपद्धतीशीं जोडून दिल्यानें जसें सूक्ष्म आणि निश्चित, सांगतां
येतें तसें ते इतर पद्धतिनें तितक्या सूक्ष्मणें व्यवस्थित सांगतां आले नसतें. आणि त्याचा सूक्ष्म
पद्धतिनें उपयोगहि करितां आला नसता. सूर्यसिद्धान्तात उच्चानुशीं वर्तमान जसें युगपद्धतीशीं
जोडून देतां येतें तसें नवीन वर्तमानहि युगपद्धतिशीं जोडून देतां येणें शक्य आहे. परंतु त्याच्या
उद्घोषाची जरूरी नाही.

मासान्ददिन सङ्ख्यासं द्वित्रिंशं रूपसंयुतम् ॥

सप्तोष्टतावशषौ तु विज्ञेयौ मासवर्षकौ ॥ ५२ ॥

[अर्हणं ह्यालाच पुण कथा दिनराशि म्हणतात. आणि ज्याची रीति मागील
श्लोकांत सांगितली त्या] अर्हणाला निसानीं मागून त्या मागाकाराज्य दोहोंनी गुणून त्यात
एक मिळवावा. आणि त्या संख्येचा सातानीं मागून जी बाकी राहिल त्या आकड्यापर्यंत रविवार
पासून मोजावे. आणि तो चार मासाधिपति आहे असें समजावे.

त्याच प्रमाणें अर्हणाला ३६० नीं मागून मागाकाराला मिहीनी गुणून त्यांतहि
एक मिळवावा, आणि त्या संख्येस ७ नीं मागून जी बाकी उरेल त्या आकड्यापर्यंत रविवार
१ असें समजून मोजावे म्हणजे संवसराधिपति येतो.

यथा स्वमगणाम्यस्तो दिनराशिः कुवासरेः ॥

विमाजितो मध्यगत्या भगणादि ग्रहो भवेत् ॥ ५३ ॥

नंतर प्रह्रांच्या भगण संख्येपासून त्यांचे राश्यंशादिक मध्यममानानें आणार्थें. ह्यालाच मध्यम ग्रह म्हणतात. अहर्गणाला त्या त्या प्रह्रांच्या (महायुगांतील) भगणसंख्येनें गुणार्थें आणि सावनदिन संख्येनें (अथवा कुदिन संख्येनें भागार्थें (भागाकाराची संख्या सोडून बावी कारण ते पूर्ण भगण असतात.) बाकी राहील तिन्हा १२ नीं गुणून पुनः सौरदिनसंख्येनें भागार्थें म्हणजे मध्यम ग्रहाच्या स्थानाच्या राशीच्या आंकडा येतो. नंतर पुनः बाकी राहिल्यास ३०नें गुणून अंश फळा, विकला याप्रमाणें मध्यम ग्रह आणावा.

स्पष्टीकरणः—५३ व्या श्लोकांतील पद्धति केवळ त्रैराशिक आहे. भगण म्हणजे १२ राशींचे पूर्ण चक्र. अशीं चक्रें प्रत्येक ग्रहाचीं एका महायुगांन जिनकीं होताना तितक्या संख्येला भगण (संख्या) म्हणतात. महायुगांत (१५७७२१७८२८) इतकी कुदिनांची संख्या असते. म्हणून त्रैराशिक मांडले पाहिजे तें असेंः—

इतक्या कुदिनांमध्ये, जर इतकें भगण, तर इतक्या अहर्गणामध्ये किती भगण. त्यामुळे—
अहर्गण × भगण ÷ भागिले कुदिन = मध्यम ग्रह—अशी रीति बसली.

एवं स्वशीघ्रमन्दोच्चा ये प्रोक्ताः पूर्वयागिनः ॥

विलोमगतयः पाताः तद्वत् चक्राद् विशोधिताः ॥ ५४ ॥

ह्याचप्रमाणें प्रह्रांचीं मन्दोच्चें, शीघ्रोच्चें व पात ह्यांचें एका कक्षांतील भगण मार्गे श्लोक ४१ ते ४४ मध्ये सांगितले आहेतच. त्यावरून मन्दोच्चें व पात त्रैराशिक पद्धतिनें काढावें, मात्र पातांचे जे राश्यादिक घेतले ते उलट गतिचे (विलोम गतिचे) असल्या कारणानें त्यांचे राश्यंशादिक चक्रशुद्ध करून घेतले पाहिजेत.

स्पष्टीकरणः—चक्रशोधन करणें म्हणजे राश्यंशादिक १२ राशितून वजा करणें. महा—युगांतील कुदिनांची एक हजार पट केश्री असतां कल्प कुदिन निघवीच. त्याचेहि शीघ्र प्रमाणें च त्रैराशिक मांडावें.

द्वादशभा गुरोर्याता भगणा वर्तमानकैः ॥

राशिभिः सहिताः शुद्धाः पष्ट्यास्युर्विजयादयः ॥ ५५ ॥

वार्हस्पत्य संवत्सर “ विजय, जय मगध ” इत्यादि गुरुच्या भगणांस मारांनीं गुणून त्यांत गुह व्या राशित असेल तेपर्यंतची राशिमेव्हा म्हणजे गतराशिसंख्या मिळवावी. एकंदर संख्येला ६० नीं भागार्थें जो भागाकार येईल तो आंकडा “ विजयादि ” असतो त्रैराशिक गुरुभगण × १२ ÷ गतराशि ÷ ६० = विजयादि.

विस्तरेणैत—दुदितं सङ्क्षेपाद् व्यावहारिकम् ॥

मध्यमानयनं कार्यं ग्रहाणांमिष्टो युगात् ॥ ५६ ॥

अस्मिन् कृतयुगस्यान्ते सर्वे मध्यगता ग्रहाः ॥

विना तु पात—मन्दोच्चान् मेपादां तुल्यतामिताः ॥ ५७ ॥

दरप्या सर्वे श्लोकांतील गणितकार्य त्यांत मोठमोठ्या संप्रदायांचे गुणाकार भागाकार अस-

ल्याने फार त्रासदायक आहे. तथापि ते युक्तिने शक्य तितकें बेतान आणतां येतें. त्या प्रमाणें इष्टयुगापर्यंत क्षेपकादि करून वरील लांबलचक गणिताचा संक्षेप करतां येतो.

मन्दोच्च आणि पात हे फक्त कल्पारंभीच मेघादि होते त्यानंतर ते एकत्र येत नाहींत. परंतु मध्यमग्रह मात्र महायुगाच्या चौकडींतील कृतयुगाच्या शेवटच्या वर्षाच्या अखेरीस भगणपूर्ण होऊन सर्व ग्रह मेघराशीच्या अगदी आरंभी होते. म्हणजे प्रत्येक ग्रहाचा मध्यम भोग शून्य होता.

मकरादौ शशाङ्कोच्चं तत्पातस्तु तुलादिगः ॥

निरंशत्वं गता-ध्वान्ये नोक्ता-स्ते मन्दचारिणः ॥ ५८ ॥

चंद्राचें मन्दोच्च मकरारंभी, आणि राहु तुलारंभी होता. बाकीच्या ग्रहांची मन्दोच्च पात हे कृतयुगांती शून्य नसल्याने येथे सांगितले नाहींत.

*कल्पस्यात्र सहस्रांशो युगं तावत्प्रकीर्त्यते ॥

चतुर्विंशो युगस्यांशः सूर्याचन्द्रमसोर्युगम् ॥ १ ॥

एकैकमष्टादशभिः सूर्याद्विरयुताहतैः ॥

तत्रार्केन्द्रधिमासार्किशुक्रेन्द्रन्हां निरंशता ॥ २ ॥

चन्द्रस्याङ्काष्टवन्द्वात्रिंशजिना भगणाः स्मृताः ॥

सौरमासास्तर्कभूमियमश्चैवायुताहताः ॥ ३ ॥

अधिमासा नवाष्टाभिरसपटकास्तिथिक्षयाः ॥

पडंशोनाः समुद्राङ्क शून्यार्थं कृत खेन्दवः ॥ ४ ॥

रसाद्रिश्वरतर्काब्धिनगपञ्चरसास्त्विह ॥

सपठंशाः कुदिवसा नलिनीरिपुवासराः ॥ ५ ॥

खाद्रितर्केन्दुनन्दाद्रि रसतर्काः स्मृतास्तथा ॥

कुजस्य भगणा राशिचतुष्कसहिता अमी ॥ ६ ॥

चन्द्रखाद्रीपु नन्दाः स्युरद्रिन्वेदुरसाः शने ॥

शशीग्रस्य नगाग्रसप्तवेदनगास्तथा ॥ ७ ॥

भगणास्ते सपटमाः स्युर्भगणाः स्युरमी गुरोः ॥

साशाभानि शराद्रीन्दु तिथयो भगणा अमी ॥ ८ ॥

नवगोतत्त्वरन्ध्राधिरूक्षा दैत्यगुरोस्तथा ॥

शीघ्रोच भगणाज्ञेयास्तदा मन्दोचके विधोः ॥ ९ ॥

सार्द्धराशिर्यमान्ध्याग्रिन्खाः पातस्य सास्वतः ॥

रसाद्रिरसनन्दाः स्युः सूर्याचन्द्रमसोर्युगे ॥ १० ॥

*सूचनाः— वर दिलेले १० श्लोक सूर्यसिद्धांताच्या मूळ प्रतीत व रंगनाथी टीकेत

नाहींत. दुसऱ्या काही प्रतीत आहेत, पण त्याचा मूळ विषयाशी तसा संबंध दिसत नाही. म्हणून त्याचे भाषांतर दिले नाही.

कृतयुगाच्या अन्तीं मन्दोच्चें व पात

मंदोच्च

पात

रवि	०।	७।	२८।	१२
बुध	५।	४।	४।	४८
शुक्र	११।	१३।	२१।	—
भीम	३।	३।	१४।	२४
गुरु	०।	९।	०।	०
शनि	४।	२०।	१३।	१२

बुध	८।	११।	१६।	४८
शुक्र	९।	१७।	२८।	४८
भीम	९।	११।	२०।	१२
गुरु	८।	८।	५६।	२४
शनि	४।	२०।	१३।	१२

हे अंक क्षेपक म्हणून समजावे.

आतां देशान्तर (रेखान्तर) संस्कारासाठी भूत्रिज्या, (व्यासार्ध) आणि परिधि सांगतात.

योजनानि शतान्यष्टौ भूकर्णो द्विगुणानि तु ॥

तद्दर्गतो दशगुणात् पदं भूपरिधिर्भवेत् ॥ ५९ ॥

भूकर्ण म्हणजे भूत्रिज्या, हिच्या दुप्पटीचा वर्ग करून त्याला दहानीं गुणावें आणि गुणा-काराचें वर्गमूळ काढावें म्हणजे भूपरिधि येईल.

पृथ्वीची त्रिज्या सिद्धान्त कारांनी ८०० योजनें मानली आहे. अर्थात् व्यास १६०० योजनें ठरला म्हणून (२ × ८००) वर्ग × १० = २५६००००० ह्याचें वर्गमूळ काढले असता भूपरिधि सुमारे ५०१० योजनें येतो.

[एका योजनाचे ५ मैल धरले तर भूपरिधि २५००० मैल होतो.]

स्पष्टीकरण:—त्रिज्येची दुप्पट म्हणजेच व्यास; व्यासाच्या वर्गास दहानीं गुणून त्याचें वर्गमूळ काढण्यास, सांगितलें आहे. परंतु हेंच प्रमाण निराळ्या रीतीने मांडता येते:—

$\sqrt{\text{व्यास वर्ग} \times १०} = \text{व्यास} \times \sqrt{१०}$; १० चें वर्गमूळ ३.१४१६ ह्याच्या जवळ जवळ येते. म्हणजे इंग्रजी भाषेंत ज्याला “ पाय ” म्हणतात तो गुणक $\sqrt{१०}$ दहाचें ह्या वर्गमूळ होय. व्यासाला ३.१४१६ ह्यानीं गुणिलें असता त्या व्यासाचा परिधि यतो हे प्रसिद्ध आहे आणि तोच अर्थ सिद्धान्तकारांचाहि आहे.

लम्बज्याप्तस् त्रिजीवाप्तः स्फुटो भूपरिधिः स्वकः ॥

तेन देयान्तराम्यस्ता ग्रहशक्तिर्विभाजिता ॥ ६० ॥

ह्या श्लोकांत परिधि म्हणजे वर्तुळाचा परिघ, त्याच्या संबंधी काही परिमापिक संज्ञा आल्या आहेत. वर्तुळ परिघाचें व्यासाच्या रेषेनें सारखे दोन भाग केले असां त्या अर्धामध्ये १८० अंश (किंवा भाग) होतात. परिघाचा जो वक्रकार तुकडा त्याला कर्ष धनु किंवा चाप म्हणतात.

वर्तुळ परिषाच्या चौथ्या दिश्या येवदा जो कौस त्यात ९० अंश असतात. व्यासाच्या दोन्ही टोंकांकडून परिषाच्या वर्तुळ-रेषेवर चढत जाऊन बरोबर मध्यावर पोहोचले म्हणजे तो बिन्दु व्यासाच्या दोन्ही टोंकापासून ९० अंशावरच असतो. व्यास-रेषेला जर विपुववृत्त म्हणून समजले तर शिरोबिन्दु हा ध्रुव बिन्दु समजावा लागतो. ध्रुवबिन्दुपासून विपुवापर्यंतचा जो ९० अंशाच्या वर्तुळ खण्ड त्यावर लम्बज्या मोजावयाची असते. अक्षांश हे लम्बज्येच्या वर्तुळखण्डावर विपुववृत्तापासून मोजतात. अक्षांश + लम्बज्या (ध्रुवांपर्यंत) = ह्याच नेहमी ९० अंश होतात. म्हणून ९० - लम्बज्या = अक्षांश, किंवा ९० - अक्षांश = लम्बज्या. लम्बज्ये बरील प्रत्येक अक्षांश बिन्दूतून पूर्वपश्चिम असे एकेक अक्षांश वर्तुळ कल्पितात. ह्या वर्तुळावर उज्जयिनीच्या रेखेपासून देशान्तर ठरविलेले असते. ह्या वर्तुळाला स्फुटपरिधि म्हणतात.

कलादि तत्फलं प्राच्यां ग्रहेभ्यः परिशोधयेत् ॥

रेखाप्रतीचासंस्थाने प्रक्षिपेत् स्युः स्वदेशजाः ॥ ६१ ॥

भूपरिधिला लम्बज्येने गुणावे आणि त्रिज्येने भागावे म्हणजे इच्छित स्थळाच्या अक्षांशातून जाणारा स्फुटपरिधि येतो. ग्रहाच्या मध्यम दिनेगतिळा (योजनात्मक) देशान्तराने गुणावे आणि (योजनात्मक) स्फुट भूपरिधिने भागावे म्हणजे जे कला विकलादि फल येईल ते मुख्य रेखेच्या पूर्वेस आपले स्थान असल्यास प्रह्लात वजा करावे आणि पश्चिमेस असल्यास मिळावे.

राक्षसालय देवौकःशैलयोर्मध्यसूत्रगाः ॥

रोहीतकम् अवन्ती च यथा सन्निहितं सरः ॥ ६२ ॥

भूमध्यरेखा लंकेपासून उत्तरेकडे रोहितक पर्वत, अवन्ती; (उज्जयिनी), कुरुक्षेत्र ह्यातून दक्षिणोत्तर अशी दोन्ही ध्रुवबिन्दूतून जाते अशी कल्पना केली आहे. (ह्याच रेषेला Meridian याम्योत्तर किंवा मुख्य रेखा म्हणतात.)

देशान्तर फल दोन प्रकारांनी समजते. पहिला प्रकार अक्षांश-वर्तुळपरिधिवरून, आणि दुसरा प्रकार निरक्षदेशपरिधिवरून.

$\frac{\text{देशांतर योजने} \times \text{ग्रहगति}}{\text{स्फुट परिधि}} = \text{फल, निरक्ष अथवा}$

विपुववृत्तावरील देशान्तर योजनांचा भाजक भूपरिधि असतो.

देशान्तर (Longitude) ठरविण्याच्या अनेक रीति आहेत. प्रत्यक्ष भूमापनाने; निर-निराळ्या तारांचा याम्योत्तरीय अधिक्रमणकाल, चन्द्रोदयकाल, आणि चन्द्रमहणकाल. ह्यांपैकी चन्द्रमहणाचा काल चार मिनिटे चुकला तर देशान्तरात एक अंशाची चुकी येईल, तारांचे-अधिक्रमण चुकण्याचा संभव त्यापेक्षा कमी. म्हणून देशान्तर, प्रत्यक्ष भूमापन, आणि याम्योत्तर लंघनकाल ह्यावरून निश्चित करतात. श्लोकामध्ये सिद्धांतकारांनी चन्द्रमहणारून देशान्तर काढण्याची रीति वर्णिली आहे.

अतीत्योन्मीलनाद् इन्दोः पश्चात् तद्गणितागतात् ॥
 यदा भवेत् तदा प्राच्यां स्वस्थानं मध्यतो भवेत् ॥ ६३ ॥
 अप्राप्यच भवेत् पश्चात् एवं वापि निमीलनात् ॥
 तयोरन्तर-नाडीभिर्हन्त्यात् भूपरिधिं स्फुटम् ॥ ६४ ॥
 पृथ्वा विभज्य लब्धैस्तु योजनैः प्राग्-अथापरैः ॥
 स्वदेश परिधिर्ज्ञेयः कुर्यात् देशान्तरं हि तैः ॥ ६५ ॥

गणिताने निश्चित झालेल्या कालापेक्षां उशीराने जर एखावा ठिकाणी चन्द्रग्रहण सुटलेले दिसेल, तर ते स्थान-बरोबर वेळेला ग्रहण सुटलेल्या स्थानाच्या-पूर्वेस असले पाहिजे, आणि ग्रहण ठरलेल्या वेळेच्या अगोदर सुटले तर पश्चिमेस आहे म्हणून समजावें. हा नियम ग्रहण स्पर्शकालाचाहि लागू आहे.

स्पष्टीकरणः—प्रत्येक दहा पर्लांच्या कालाला एक अंशाचें अंतर परिधिच्या पूर्वापार स्थानांत असतें. म्हणजे ज्या ठिकाणी दहा पर्ले उशीरा सुटलेले असेल, ते स्थान मध्य किंवा द्याम्योत्तरस्थ मुख्य स्थानाच्या पूर्वेस एक अंशरेखांतराबरोबर आहे. असे समजावें; आणि एक घटका (म्हणजे ६० पर्ले) वेळेच्या अगोदर ग्रहण लागल्यास ते स्थान ६ अंश मध्यस्थानाच्या पश्चिमेस आहे असे समजावें, संबंध परिधिचें भ्रमण ६० घटिकामध्ये होतें म्हणून नियम असा बसला कीः—गणितागत काल आणि प्रत्यक्ष दृष्टकाल त्याच्या घटकात्मक अन्तराने परिधि-योजन संध्येला (किंवा परिध्वंशाना गुणायें) आणि ६० घटीनीं भागावें म्हणजे एका घटी (काला) संवंधाने योजनसंख्या (किंवा अंशसंख्या) येईल. हेंच योजनात्मक देशान्तर होय. अंशात्मक अन्तर आणि लम्बज्या ह्या वरून निरनिराळ्या स्थानांचे स्पष्ट-परिधि निश्चितात.

वारप्रवृत्तिः प्राग्देशे क्षपार्द्धेऽभ्यधिके भवेत् ॥
 तद्देशान्तर नाडीभिः पश्चाद्गते विनिर्दिशेत् ॥ ६६ ॥

हाच नियम (रविवारादि) वारांना लागू आहे. जेथे मध्यरात्रीपासून वार बदलतो, तेथे मध्यरात्रीच्या घटिकांत पूर्वे देशान्तर काल मिळवावा आणि पश्चिम देशांतर काल घटा करावा. म्हणजे त्या त्या ठिकाणी वार जमेल [सूर्योदयापासून वार बदलल्यासहि हाच नियम, एवंच मध्य-रेलेच्या पूर्वेस. देशान्तर संस्कार घन असतो. आणि पश्चिमेकडील स्थानासंवंधाने ऋण असतो हा नियम सर्वतोपरि लागू आहे.] म्हणून

इष्ट-नाडीगुणा भुक्तिः पृथ्वा भक्ता कलादिकम् ॥

गते शोध्यं युतं गम्ये कृत्वा तात्कालिको भवेत् ॥ ६७ ॥

ग्रह भुक्तिला इष्ट नाडीने (म्हणजे मध्यरेखास्थानासंवंधाने गणितागत आणि प्रत्यक्ष इष्ट कालाच्या घटकात्मक अन्तराने) गुणावें, आणि ६० घटीनीं भागावें म्हणजे देशान्तर संवंधाने फल घेतें त्याचा संस्कार मध्यम ग्रहास करावा. तो गत इष्टकालास ऋण करावा.

भचक्रलिप्ताशीत्यंशपरमं दक्षिणोत्तरम् ॥

विक्षिप्यते त्वपातेन स्वक्रान्त्यन्ताद् अणुष्णगुः ॥ ६८ ॥

चन्द्राचा परमविक्षेप वृत्तपरिधिमध्ये जितक्या कला असतात त्यांच्या ऐशी हिशा येवढा असतो. [वृत्त परिधिमध्ये $३६० \times ६० = २१६००$ कला असतात म्हणून त्याच्या ऐशी हिश्शा येवढा म्हणजे २७० कलांचा चन्द्राचा परम विक्षेप असतो] तो विक्षेप कधी दक्षिणेस, कधी उत्तरेस ह्या प्रमाणे आपल्या क्रान्तिस अनुसरून आरुमवृत्ताच्या दक्षिणेस अथवा उत्तरेस असतो.

स्पष्टीकरणः—विक्षेप आणि शर हे अंगदीं एक नव्हेत. शर हा ग्रहाचे जे स्थान त्याच्या कक्षा स्थानावरून छंभ रेपेने क्रान्ति वृत्तावर येते त्या स्थानापासून त्या छम्भ रेपेवर मोजलेले अंशात्मक अन्तर. इंग्रजीमध्ये शराला (Latitude) हे नांव आहे शर हा क्रान्ति वृत्ताशी नेहमी छम्भ रेपेत असतो. आणि विक्षेप म्हणजे मध्यम शीघ्रान्तराचे वेळीं जो शर असतो. तो त्यामुळे तो शराशी नेहमीच साम्य पावतो असे नाही.

आतां गुरु, मंगळ, बुध, शुक्र आणि शनि ह्यांचे परम विक्षेप, चन्द्राच्या परम विक्षेप २७० कला ह्याच्या कितव्या हिश्शा बरोबर आहेत ते सांगतातः—

तत्रवांशं द्विगुणितं जीवः त्रिगुणितं कुजः ॥

बुधशुक्रार्कजाः पातैर्विक्षिप्यन्ते चतुर्गुणम् ॥ ६९ ॥

एवं त्रिघनरन्ध्रार्करसार्कार्कादशाहतः ॥

चन्द्रादीनां क्रमादुक्ता मध्यविक्षेपलिप्सिकाः ॥ ७० ॥

इति सूर्यसिद्धान्ते मध्यमाधिकारः प्रथमः ॥

चन्द्र विक्षेप कलाचा नवव्या हिस्सा दुषट केला असता गुरुचा परम विक्षेप निघतो. [नवव्या हिस्सा म्हणजे तीस कला, ह्याच्या दुषट म्हणजे गुरु विक्षेप ६० कलांचा आहे]. त्याचप्रमाणे मंगळाचा नवव्या हिश्शाच्या तिषट आणि बुध, शुक्र व शनि ह्यांचा विक्षेप नवव्या हिश्शाच्या चौपट आहे.

तेव्हा निष्कर्ष असा कीः—

चन्द्र, मंगळ, बुध, गुरु, शुक्र, आणि शनि ह्यांचे मध्यम मानाचें परम विक्षेप अनुक्रमे २७, ९, १२, ६, १२, आणि १२ ह्यांना १० ने गुणून जो आरुढा येईल तितक्या कला येवढा आहे. [अर्थात् चन्द्राचा २७० कला, मंगळाचा ९०, बुधाचा १२०, गुरुचा ६०, शुक्राचा १२०, आणि शनिचा १२० कला, ह्याप्रमाणे परम मध्यम विक्षेप आहेत.]

स्पष्टीकरणः—ह्या संबधाने प्रख्यात ज्योतिर्विद्-शंकर बाळशृष्ण दीक्षित लिहितात—

“आमच्या ग्रंथातील विक्षेप माने आणि आधुनिक (पाश्चात्य) माने ह्यांची सर्वांशी तुलना करणे बरोबर नाही. योग्य तुलना केली असता आमची माने सूर्यम आहेत असे दिसून येईल.

विक्षेपमाने शरावरून काढतात. शर म्हणजे क्रान्तिवृत्तापासून ग्रहाचे कदम्बाभिमुख अन्तर. चन्द्र हा पातालगून त्रिमान्तरित असता त्याचे प्रत्यक्ष अन्तर नेहमीसारखे नसतें तरी अंशात्मक

अन्तर सारखेंच असतें. परंतु इतर ग्रहांचें तसें नाही. (त्यांचें मन्दकर्ण; शीघ्रकर्ण कमजास्त होतांल त्याप्रमाणें शरंत फरक पडेल). आमच्या ज्योतिष्यांनीं दुसऱ्या [श्रीमान्तराच्या] कारणानें होणारा फरक मात्र विचारांत घेतला आहे. श्रीग्रकर्ण मध्यम असतां पात-विमान्तरीं ग्रह असेल तर त्यावेळीं त्याचा जो शर तोच परम-मध्यम-विक्षेप असें आमच्या ज्योतिष्यांनीं मानलें आहे. ब्रह्मसिद्धान्तातलीं आणि द्वितीयार्थ सिद्धांतातलीं विक्षेपमात्रे तर आधुनिकांशीं फार जवळ आहेत. पुष्कळ वर्षे वेध केल्यावांचून हीं मात्रें अगदीं सूक्ष्मकरितां येणार नाहीत.... आर्षमंड. आणि ब्रह्मगुप्त ह्यांनीं आपलीं मानें स्वतंत्रपणें वेधावरून काढलीं आहेत हें स्पष्ट आहे."

(भारतीय ज्यो. इतिहास)

[मध्यमाधिकार समाप्त],

मध्यमाधिकारांतील विशेष गोष्टींचा खुलासा

पंचवीसाव्या श्लोकांचे स्पष्टीकरणांत "प्रत्येक ग्रहाचें मान निरनिराळें आहे, परंतु प्रमाण मात्र सारखें आहे आणि तें त्याच्या कक्षेच्या अंतराशीं अगदीं सारख्या प्रमाणांत आहे." असें, डिहिलें त्याचा अधिक खुलासा अवश्य आहे. तो असा की, चंद्र, सूर्य, आणि बुधादि सप्तग्रह हे सर्व पृथ्वी भोंवतीं प्रदक्षिणा पद्धतिनें फिरतात असें भूमध्य दृष्टीनें स्पष्ट प्रहणगितासाठीं अधिष्ठान मानलें आहे. परंतु वास्तविक स्थिति अशी आहे की, एकटा चंद्र मात्र पृथ्वी भोंवतीं प्रदक्षिणाकरितो, आणि पृथ्वीसुद्धां वाकींचे बुधादि ग्रह हे सर्व रवि भोंवतीं प्रदक्षिणाकरितात. त्यांचे प्रदक्षिणाकाल आणि त्यांची सूर्यापासूनची अन्तरे ह्या गोष्टी ज्योतिष्यांनीं अत्यंत परिश्रमानें निश्चित केल्या आहेत. सूर्याभोंवतीं प्रदक्षिणा करणाऱ्या ग्रहांच्या अनुक्रमांत प्रथम बुध येतो. म्हणजे सूर्याच्या अतिनिकट असणारा ग्रह बुध हा होय. बुधानंतर शुक्र; हा बुधापेक्षा सूर्यापासून जास्त दूर आहे. त्यानंतर तिसरा क्रमांक पृथ्वीचा; मग मंगळ; मंगळानंतर सुमार दडिसें लघु ग्रह आहेत. लघुग्रहांच्या कक्षेबाहेर गुरु हा अवाढव्य ग्रह आहे. गुरु नंतर शनि; आणि त्याच्या नंतर युरेनस व नेपच्युन आणि नंतर त्याचा नुकताच शोध लागला आहे तो प्लूटो. बुधाचें सूर्यापासून अन्तर (१६४०००००) तीन कोटि, चौसष्ट लक्ष मैल आहे. शुक्राचें (६६६०००००) सहाकोटि, साहसष्ट लक्ष मैल; पृथ्वीचें (९१५०००००) नऊ कोटि पंधरा लक्ष मैल. मंगळाचें (१४०००००००) चवदा कोटि मैल. गुरुचें पृथ्वीच्या पंचवटीपेक्षाहि जास्त म्हणजे ४७ कोटि ५७ लक्ष मैल. शनिचें ८७ कोटि २१ लक्ष मैल. युरेनसचें १ अब्ज ७५ कोटि ३८ लक्ष मैल आणि नेपच्युनचे २ अब्ज ७४ कोटि ६० लक्ष मैल.

द्यार्प्रमाणें कल्पनातीत अन्तरे आहेत. २॥ अब्ज मैलाच्या अन्तराची आवणांस कल्पनाहि होणार नाही. अशा कल्पनेच्या अटोक्याबाहेर असणाऱ्या अन्तरावरून ग्रह

सूर्याभोवतीं प्रदक्षिणा करितात. त्या अन्तराचे स्वरूप थोडक्यात लक्षांत यावे म्हणून म्हणून पृथ्वीच्या नऊकोटि पधराळक्ष 'मैल' अन्तरास १ समजून ग्रहांची अन्तरे ज्योतिषांनी थोडक्यांत वसवून संक्षिप्त अन्तरे आणि प्रदक्षिणाकालाखा लागणारे दिवस ह्यांचे कोष्टक खालील प्रमाणे केले आहे.

ग्रहांचे नांव	सूर्यापासून' अन्तर संक्षिप्त	प्रदक्षिणाकाल (दिवस)	काल 'वर्ग' अन्तर घन यांचेप्रमाण
बुध-	३८७	८७९	१३३४
शुक्र-	७२३	२२४.७	१३३४
पृथ्वी	१०	३६५ २५	१३३४
मंगळ-	१.५२	६८७.	१३३४
गुरू-	५.२	४३३२॥	१३३४
शनि	९.५	१०७५९	१३३४
'युरेनस	१९.१	३०६८६	१३३४
नेपच्युन	३०.०	६०१२६	१३३४

त्यावरूनच स्पष्ट दृष्टोत्पत्तिस येईल की, श्लोक '२५ यांत " आलम्बन्ते तुल्य-मेव " म्हणजे गति आणि दूरत्व ह्या दृष्टिने सर्व 'ग्रहांचे (अन्तर घन आणि काल वर्ग ह्यांचे) प्रमाण अपना गुणोत्तर (Ratio) अगदी तन्तोतन्त सारखे आहे. ह्या अपूर्व शोधाचे श्रेय युरोपांत केप्लर ह्या महाविद्वान् ज्योतिषाकडे, आणि आपल्या इकडे भगवान् सूर्यनारायणाच्या अंशाने कार्य करणाऱ्या अज्ञात-नाम व्यक्तीकडे आहे. व्यक्ति माहित नसली तरी ग्रंथ माहित आहे म्हणून ते श्रेय प्रयासहि देण्यास हरकत नाही.

आतां भगणाळा आरंभ कोठे आणि त्याची समाप्ति कोठे ह्या प्रश्न उद्भवतो. भगण म्हणजे राशिचक्र अर्थात् सूर्यसिद्धान्तोक्त राशिचक्राचा आरंभ आणि शेवट कोणता ' असा प्रश्न आहे. सामान्य वाचकांसहि हे माहित आहे की, चक्राचा म्हणजे वर्तुळाचा जो परिघ स्थांतील ज्या बिन्दूपासून वर्तुळाचा आरंभ होतो त्याच बिन्दूत त्याचा शेवट असतो. ज्या विभागांत तारात्मक 'रेवती-पुंज आहे त्या रेवती विभागाळा पोण्या द्वे नांव आहे, तेव्हा रेवती विभागाचा जो शेवटचा बिन्दू तोच आमच्या नक्षत्र चक्राचा किंवा राशिचक्राचा आरंभ बिन्दू होय. चक्राच्या परिधामध्ये ३६० अंश असतात. तीनशेसाठा-भ्या अशाचा अगदी शेवटचा बिन्दू तोच राशिचक्राचा आरंभ. रेवती नक्षत्राच्या मुदय तारेची स्थिति क्रान्तिवृत्ता संबंधाने ३५९ अंश ५० कला असा दिली आहे. क्रान्तिवृत्ताच्या दक्षिणेस 'फल्ग तेराच कला (शराच्या) अन्तरावर रेवतीची तारा आहे. स्वर्गोल शास्त्राच्या

नियमाप्रमाणे त्या अन्तराचा संस्कार केला असता रेवतीच्या तारेचें क्रान्तिवृत्तांतील स्थान ३५९° ५० कलापेक्षा ३६० अंशाच्या अन्तिम सीमेच्या अधिक जवळ येतें, तें इतकें की रेवती योगतारा (म्हणजे जिचा भुजक ३५९ अंश आणि विक्षेप शून्य किंवा १३ कलाच आहे तीच तारा) राशिचक्राचें आरंभस्थान सूर्यसिद्धान्तकारांच्या मताप्रमाणें आहे असेंच म्हटलें पाहिजे. नाहींपेक्षा ३५९° ५०' इतका जिचा भुजक आहे अशी रेवती (पैकी जयन्ती) तोर शिवाय दुसरी तारा आकाशांत नुसत्या डोळ्यांना दिसणारी अशी दाखविली पाहिजे. ग्रंथीत संगितलेल्या स्थानांशी जिचें स्थान जुळतें अशी तारा प्रत्यक्ष दिसत असून ती आरंभस्थानी मानण्यास अळटळं कारणें हें दुरुद्धिचें लक्षण आहे असेंच सर्व निःपक्षपाती शास्त्रज्ञ म्हणतील. आरंभस्थानाविषयी येवडा उहापोह करण्याचें कारण आतां “हा सूर्य हा जयद्रथ” ह्याच कोटीतलें आहे. आजपर्यंत सूर्यसिद्धान्तांत अमुक आहे, तमुक नाहीं अशा गप्पांवर रेवती तारेला विरोध करणारे लोक इतरांस मुलश्रीत होतें. आतां प्रत्यक्ष सूर्यसिद्धान्तच याचकांच्या दृष्टीसमोर ठेवीत आहोंत. तेव्हां आतां विरोधकांनीं रेवतीतारा दाखविली पाहिजे, नाहींतर जिचा भुजक ३५९ अंश ५० कला आहे तिच्या पूर्वेस फक्त ५।४ कला इतक्या अल्प अन्तरावरच सिद्धान्तोक्त आरंभ स्थान आहे हें मान्य केलें पाहिजे.

नाक्षत्र वर्ष ३६५ दिवस १५ घटका २३ पळे आणि सूर्यसिद्धान्ताचे मान ३६५ दिवस १५ घटी ३१॥ पळे म्हणजे नाक्षत्रापेक्षा ८॥ पळांनी अधिक आहे त्यामुळें नक्षत्र चक्राचा गणितागत आरंभबिन्दु ८॥विकला इतक्या गतिनें पूर्वेकडे जातो. म्हणून ह्यामुळें घोंटाळा माजला असेल असें पुष्कळांस वाटे, परंतु सृष्टिच्या उत्पत्तिनंतर अश्विनी नक्षत्राच्या आरंभ बिन्दूतच सर्वग्रह एकत्र होते अशा धोरणावरच नक्षत्रचक्राची आंखणी केली असल्यानें आणि नक्षत्रें वास्तुतः अचलच मानली असल्यानें नाक्षत्रचक्राचें स्थिर निश्चल आरंभस्थान रेवतीची अन्तिम मर्यादा हेंच ठरविलें आहे, आणि आतां वर दाखविल्याप्रमाणें त्या मर्यादेचा बिन्दू रेवतीतारेच्या पूर्वेस ५।७ इतक्याच कलांच्या अन्तराच्या आत आहे. जास्त नाहीं. म्हणून सौकर्यास्तव रेवतीतारा हेंच आरंभ स्थान ब्रह्मगुप्त आणि भारकराचार्य ह्यांनी मानलें तेंच स्वाभाविक आणि योग्य आहे.

कांही विद्वान् असें प्रतिपादन करितात कीं, ज्याअर्थी शके ४५० ह्या वर्षी सूर्यसिद्धांताच्या पद्धतिप्रमाणें छायांक गेप आणि गणितागत मेघारंभ हे एकाच वेळीं झाल्यानें अयनांश शून्य होतात त्याअर्थी त्याच वर्षीपासून दरसा ५००२ विकला ह्या अयन गतिनें अयनांश धरतें.

ही विचारसरणी अयनांशाचा विचार करितांना अवश्य विचारात घ्यावी लागेल. कारण सूर्यसिद्धांताप्रमाणें शके ४५० हेंच “छायांकात् करणागते” या सूत्राप्रमाणें शून्यायनांशवर्ष आहे. परंतु आपल्या पुढें प्रश्न आहे तो शून्यायनांश वर्ष कोणतें हा नाहीं. तर राशिचक्राचें किंवा नक्षत्रचक्राचें स्थिर निश्चल आरंभस्थान कोणतें हा हे आहे.

त्याकरितां चळ आरंभस्थानाचा विचारच उपयोगी नाही. शके ४५० मधील जो मेपार्क तो चळ मेपार्क होय. सृष्टयुत्पत्तीनंतर ज्या अश्विन्यारंभ बिन्दूमध्ये सर्व प्रह एकत्र होते तो बिन्दू स्थिर आहे. कारण नक्षत्रे ही स्थिरच मानलेली आहेत. शके ४५० मधील मेपार्क हा शके ४२७ चा मेपार्क नव्हे. शके ४२७ चा मेपार्क आणि शके १७७ चा मेपार्क हेहि एकनव्हेत, शके शून्य ह्या वर्षाचा मेपार्क (सूर्य सिद्धान्ताप्रमाणे, तर अगदी निरा-
ळाच येईल. आम्हांला निश्चल मेपार्क पाहिजे. म्हणून त्याकरितां पौष्णान्ते भगण-
स्मृतः ह्याच सूत्राप्रमाणे आरंभस्थान ठरविले पाहिजे. शके ४५० च्या शून्यायनांश वर्षाकडे दृष्टि देऊन जे आरंभस्थान येईल ते ३८।४० कलाइतकें चूक असणारच. रेवती योगतारा किंवा शून्यायनांशवर्ष ह्यामध्ये तात्विक दृष्टीने फरक आहे परंतु जेव्हां अपयनांशां च्या प्रश्नाचा खल होईल त्या तेव्हां रेवती योगतारा आणि शून्यायनांशवर्ष ह्यांची वाजू एकच ठरेल तथापि अगदी साखरेचीच सालें काढली तरी रेवतीतारा आणि निश्चित आरंभस्थान ह्यामध्ये तत्त्वतः फरक नसल्याने रेवती योगतारा आणि तोहि निःशर हेंच सिद्धांतोक्त राशिचक्राचे आरंभस्थान होय हें निर्विवाद ठरतें.

मागे एका कोष्टकांत प्रहांचे प्रदक्षिणाकाल आधुनिक वेधाप्रमाणे जे येतात ते दिले आहेत. आता आपल्या सूर्यसिद्धान्ताप्रमाणे त्यांच्या प्रदक्षिणाकालाचे कोष्टक देऊं.

17

प्रहाचे नांव	नाक्षत्र प्रदक्षिणाकाल (दिनात्मक)				सूर्यसंबंधी म्हणजे रवि-युति प्रदक्षिणाकाल (Synodical)			
	दि.	घ.	प.	वि.	दि.	घ.	प.	वि.
सूर्य (म्हणजे पृथ्वी)	३६५	१५	३१	३१	सूर्यसिद्धान्ताप्रमाणे			
बुध (शीघ्र)	८७	५८	१०		११५	५२	१२	
शुक्र (शीघ्र)	२२४	४१	५४		५८३	५४	०	
मंगळ	६८६	५९	५०		७७९	५५	१२	
गुरु	४३३२	१९	१४		३९८	५२	४८	
शनि	१०७	६५	४६	२३	३७८	४	४८	
चंद्र	—२७	१९	१८		२९	३१	४८	

सिद्धान्तामध्ये बुधाचे शुक्राचे भगण असें न म्हणतां बुध शीघ्र-शुक्रशीघ्र असें म्हटले आहे. शीघ्र ह्या संज्ञेला एक विशेष अर्थ आहे त्याचे विवरण स्पष्टीकारांत होईलच येथे शीघ्र शब्दाचा अर्थ ज्याची प्रदक्षिणा रवि केन्द्रा भोवती (म्हणजे पृथ्वीपेक्षाहि)

त्वरित पूर्ण होते ते अह इतकाच अर्थ विवक्षित आहे, म्हणून 'शीघ्र' शब्द गाळून टाकून बुधाचे, शुक्राचे भगण असे म्हटले तरी अर्थ अगदी तोच.

सूर्यसिद्धांतावर बर्नेस, व्हिटनॅन ह्या युरोपियन विद्वानांनी आपले मत प्रदर्शन केले आहे. त्यांनी कल्पापासून अब्ज दोन अब्जांची वर्ष संख्या देण्याची जी पद्धति अर्थात् युगपद्धति सिद्धांतकारांनी स्वीकारली आहे तिची बरीच यद्वा करून भारतीयांस उगीचच दूषण दिले आहे, आणि ग्रीकांची स्तुति केली आहे. ग्रीकांच्या ग्रंथांत युरोपियनांनीच घुसठाघुसडी करून ते हवे तसे सोईस्कर बनविण्याची फारच खटपट केली आहे; असे असून सुद्धा ग्रीक ग्रंथ जसे बनविले आहेत, तसेच कां होईना परंतु छापून प्रसिद्ध करून ते भारतीयांपुढे मांडण्याची छाती त्यांस होत नाही. म्हणूनच ग्रीकांचे जे ते स्तोम मान-वितात ते निःसंशय खोटे आहे असे समजावे आणि त्यांनी जी भारतीयांची टपाळी कर-ण्याची प्रथा सुरू केली त्याबद्दल ते लेखक मूढ आहेत असे समजून त्यांचा तीव्र निषेध करावा; मात्र आपल्या ग्रंथाचा लक्षपूर्वक अभ्यास केल्यावाचून मात्र निषेध करू नये. असे करणे वे हिमतीपणाचे होईल.

अब्ज, दोन अब्ज वर्षांचे गणित देण्याचे कारण हेच आहे की, सूर्य ग्रहांच्या गति भिन्न भिन्न असल्या तरी गत्यारंभ काल अतिशय दूरचा धरल्यामुळे सर्वांच्या भगणांस प्रारंभ एकदम झाला असे म्हणता येवे; त्या योगाने क्षेपक देण्याचे कारण उरत नाही. आणि सर्वांचा क्षेपक शून्य असणे त्यांत जी खुबी साधते ते निरनिराळे क्षेपक देण्यांत साधत नाही. बीज संस्कार देऊन ग्रह शुद्ध करून देण्याची अवश्यकता युरोपियनांस सुद्धा मान्यच आहे कारण सृष्टीचा प्रत्यक्ष कायदा युरोपियनांस थोडाच जुमानतो ! तो त्यांच्याहि मानेवर बसलाच आहे.

सूर्य सिद्धांताप्रमाणे मध्यम ग्रह काढण्याची रीति अगदी सोपी पण प्रत्यक्ष गणिताचे काम फारच त्रासदायक आहे कारण दहा दहा बारा बारा आंकड्यांच्या संख्यांचे गुणाकार भागाकार करावे लागतात. त्याने मनुष्य निकोरीला येतो. म्हणून कोणी कोणी कलियुगारंभ वर्षांचे, शालिवाहनशकाराभ्या पूर्व वर्षांचे, ह्या प्रमाणे काही-महत्वाच्या प्रसंगीचे भेष-संक्रमणकाळीन मध्यम ग्रह काढून ठेवतात. त्यांना क्षेपक म्हणतात असे क्षेपक शके १८२६ च्या आरंभ शुद्ध चतु-र्थाचे केलेले आढळले ते येथे देतो.—

महामनु	= १८४०३२००००	वृत्त	१७२८०००
संधि (७)	= १२०९६०००	त्रेता	१२८६०००
२७ महायुगे	= ११६६४००००	द्वार	८६४०००
	१९६९०५६०००		३८८८०००
कलियुगाची वर्षे	३८८८०००		
मिलोन वर्षे	६००५		
	१९७१९४८००५		

ह्या संख्येला १२ नें गुणून महिने केले व त्यांत चैत्रापासून आपाट अखेरचे ४ महिने मिळविले आणि ५१८४०००० इतक्या महिन्यांत १५९३३३६ अधिकमास होतात. त्याप्रमाणें त्रैराशिकानें अधिकमास काढून ते वरील महिन्यांच्या संख्येत मिळविले तेव्हां बेरीज आली ती संख्या चान्द्रमासांची झाली.

$$१९५५८८५००५ \times १२ + ४ =$$

$$२३४७०६२००६४ \text{ हे महिने झाले त्यांत}$$

$$७२१३८४७२० \text{ हे अधिकमास मिळविले}$$

$$२४१९२००४७८४ \text{ हे चान्द्रमास झाले.}$$

वरील चान्द्रमासांच्या संख्येला ३० गुणलें म्हणजे तिथि येतात त्याप्रमाणें तिथिसंख्या काढून त्यांत गततिथि मिळवून एकंदर तिथिसंख्या सृष्टिच्या आरंभापासून येते.

त्यांतून (१६०३००००८० तिथींत २५०८२२५२ इतक्या क्षयतिथि असतात म्हणून) त्रैराशिकानें येणाऱ्या क्षयतिथि वजा केल्या म्हणजे निम्बळ सावनदिनांची संख्या सृष्ट्यारंभापासून येते. त्याप्रमाणें चान्द्रमासांच्या तिथि

$$२४१९२००४७८४$$

$$\times ३० + १ \text{ गततिथि मिळोन}$$

$$७२५७६०१४३५२३ \text{ तिथि त्यांत वजा}$$

$$११३५६०१८६५४ \text{ क्षयतिथि बाकी}$$

७१४४०४१२४८६९ ह्या अहर्गण अथवा निम्बळ दिनसंख्या किंवा दिनराशि-ह्या संख्येला सातानीं भागून बाकी उरेल तो वार रश्मिार पासून समजावा. त्याप्रमाणें वरील अहर्गण संख्येला भागिलें असता श्रावण शुद्ध ४ चा वार रविवारच येतो.

ह्या भागाकारामध्यें बाकी सोडून देतात, हिशेबात घेत नाहींत त्यामुळें वारांत एक दिवसांची घूक पडण्याचा संभव उत्पन्न होतो. म्हणून १ कमी जास्त करून वार मिळवून अहर्गण बरोबर साधला पाहिजे.

नंतर वरील अहर्गणाला प्रत्येक प्रह्राच्या महायुगांतील मगन सख्येनें गुणून, सावन दिन संख्येनें भागलें असतां मध्यमप्रह सिद्ध होतात. हेच क्षेपक होत. हे क्षेपक मध्यरात्रीचे येतात.

सूर्यसिद्धान्त श्लोक ३४ ह्यांत महायुगांतील नाक्षत्र दिनसंख्या अथवा नक्षत्र भ्रम १५८२२३७८२८१ आणि सावन दिनसंख्या १५७७२१७८२८ असे आंकडे (श्लोक ३७ मध्यमाधिकार यांत) सांगितले आहेत. त्यावरून त्रैराशिकानें येणारा वार सांगितलेला काळ अगदी बरोबर निघतो.

ध्रुवाची तारा ध्रु ह्या ध्रुवविन्दूपासून सुमारे ११° अंशावर आहे. ध्रुवतारेलाच ध्रुवस्थानी मानून सर्व सामान्य वेध घेणेंस काहीच अडचण नाही. आकाश गोळाच्या आतील अन्तर्गोल पृष्ठावर ध्रु ह्या बिंदूपासून विषुववृत्तावर पाहिजे तितकें उंच काढता येतात. परंतु हे उंच अन्त-

गोल पृष्ठावर असल्या कारणाने सपाट पातळी वरील रेपे प्रमाणे सरळ रेपेचे नसून वर्तुळात्मक असतात.

विषुववृत्ताशी २३° २७' कला इतका कोन करणारे आक्रम नांवाचे दुसरे एक तिर्कस वृत्त काढले आहे. हे वर्तुळरूपच आहे. सूर्य हा आपल्या वार्षिक प्रवासांमध्ये ह्याच वृत्तांवर संचार करतो म्हणून ह्या वृत्ताला आक्रमवृत्त किंवा क्रान्तिवृत्त म्हणतात. विषुववृत्तास जसा " ध्रु " हा ध्रुवबिन्दु आहे त्या प्रमाणेच आक्रमवृत्तालाहि 'कदंब' ह्या ठिकाणी बिन्दु आहे तो आक्रम वृत्ताचा ध्रुवबिन्दु होय. त्याला कदंबबिन्दु ह्या नांवानेच ओळखतात.

सांगितलेल्या आकृतिमध्ये बाण-रेषांनी आकाशाचा गोल कटाह दाखविला असून "विषु" हे त्याच्या अगदी मधोमध असणारे विषुववृत्त आणि त्याला तिर्कस असे "आक्रम" ह्या नांवाने आक्रम वृत्त दाखविले आहे. आकाशगोलास ह्या पुस्तकात आकाशगोलाविरुद्धी विस्तृत विवेचन आहेच तेच अगोदर लक्षपूर्वक वाचावे; विषुववृत्ताच्या वरचा जो भाग त्याला उत्तर, गोलाचे म्हणतात त्याच्या डोक्यावर " ध्रु " ह्या बिंदूमध्ये विषुवचक्राचा आस रोंवलेला आहे. व ह्याच आसा मोवती विषुववृत्त सर्व कटाहासह पूर्व-पश्चिम ह्या दिशेने सतत एकसारखे गिरक्या घेत असते. एक गिरकी पूर्ण झाली की एक नक्षत्रदिवस पूर्ण होतो. ह्या गिरकीला २३ तां. ५६ मिनिटे ४.९ सेकंद इतका काळ लागतो.

प्रथम संज्ञा चांगल्या लक्षात ठेविल्या पाहिजेत. ध्रुव असे म्हटले की विषुववृत्ताचा ध्रुव असे समजावे आणि कदंब म्हटले की आक्रमवृत्ताचे ध्रुव बिंदु म्हणून समजावे. ही नावे चांगली लक्षात राहिली आणि त्यांचे स्वरूपहि मनात ठसले तर ज्योतिषाचा विषय मुळीच अवघड जाणार नाही. विषुववृत्ताच्या ध्रुवाजवळ जशी तारा आहे तशी कदंबाच्या जवळ पास ठळक तारा नाही. आणि आक्रमवृत्ताच्या आसामोवती आकाशकटाह फिरत नाही त्यामुळे विषुववृत्त आणि ध्रुव ह्यांना वेधप्रकरणात जे महत्त्व आहे ते कदंबवृत्तास नाही. ध्रुवापासून जसे वर्तुळात्मक छंद विषुववृत्तावर आलेले असतात तसेच कदंबापासूनहि आक्रमवृत्तावर वर्तुळात्मक असंख्य छंद काढता येतात.

विषुववृत्त आणि आक्रमवृत्त ह्यांना महावर्तुळे म्हणतात.

विषुववृत्तावर ध्रुवापासून येणाऱ्या छंदांवर स्पष्टक्रान्ति मोजतात. ही क्रान्ति विषुववृत्तापासून ध्रुवापर्यंत ० ते ९० अंशापर्यंत अशी मोजतात. उत्तर ध्रुवाकडील क्रान्तिला उत्तर क्रान्ति आणि दक्षिण ध्रुवाकडील क्रान्तिला दक्षिणक्रान्ति अशी नावे आहेत.

ह्याप्रमाणेच कदंब बिन्दूपासून आक्रमवृत्तावर काढलेल्या वर्तुळछंदांवर आक्रमवृत्तापासून शर हानावाचे अंशात्मक अन्तर मोजतात. क्रान्तिप्रमाणेच शर हाहि उत्तर व दक्षिण असतो. आकृतिमध्ये " श " ह्या ठिकाणी तारा आहे. आणि ध्रुव व कदंब ह्या बिन्दूपासून निघणारे छंद "श" ह्या तारेवर जातात; त्यामुळे ता-रा ह्या छंदरूप अन्तरास क्रान्ति; आणि श-र ह्या अन्तरास शर असे म्हणतात. क्रान्ति आणि शर हे दोन्ही ह्या ठिकाणी उत्तरेचे आहेत. आकाश गोलावरील सर्व त्रिकोण गोळीय असतात. तेथे सरळ रेषा एकहि नाही. त्या-

मुळे त्यांचे गणित गोलीय त्रिकोण मित्तिं होतें गोलीय त्रिकोणांत सपाट त्रिकोणाप्रमाणे काट-
कोन भुजज्या कोटिज्या इत्यादि प्रकार आहेत

क्रान्तिदर्शक, आणि शरदर्शक लव हे ज्या बिन्दुमध्ये अनुक्रमे विषुववृत्त आणि आक्रम-
वृत्त त्यांना छेदितात त्या बिन्दुमध्ये जो कोन होतो तो—

गोलीय काटकोनच असतो

विषुववृत्त आणि आक्रमवृत्त हे ज्या ठिकाणी परस्परांस छेदितात त्या ठिकाणच्या बिन्दूस
संपात बिन्दु म्हणतात.

हे संपात बिन्दू दोन आहेत, त्यांपैकी सूर्य विषुववृत्ताच्या उत्तरेस ज्या संपात बिन्दूतून
जातो त्याला वसंत संपात म्हणतात आकृतिमध्ये समर हा आक्रम वृत्ताचा भाग विषुववृत्ता
उत्तरेस आहे तो “ स ” पासून सुरू होतो म्हणून “ स ” हा वसंत संपात होय. विषुववृत्त हें
दरवर्षी घोडें घोडें दक्षिणेस व्हात आहे त्यामुळे संपात बिन्दू हे प्रतिवर्षी ५० २ निमळा मार्गे
मार्गे सरकतात हेंच संपातचलन होय ह्या संपात चलनामुळे ऋतुचक्रांत आणि आपल्या अ्योति-
पाच्या इतिहासात मोठ्या घडामोडी झाल्या आहेत

वसंत संपातापासून पूर्वेकडे (म्हणजे उजवीकडे) आक्रमवृत्तावर जें अंशात्मक अन्तर
मोजतात त्याला भोग अशी सज्ञा आहे (ह्यालाच इज्यामध्ये Longitude म्हणतात)
आणि संपातापासूनच पूर्वेकडे विषुववृत्तावर जें अंशात्मक अन्तर मोजतात त्याला विषुवांश
म्हणतात आकाश कटाह हा विषुववृत्ताच्या मार्गानें पूर्वेकडोन पश्चिमेकडे रोजरोज गिरक्या
घेतो हें घर सांगितलेंच आहे त्यामुळे विषुवांचा एक केरा २४ तासांत किंवा ६० घटकेत पुरा
होतो अर्थात् ६० घटिकांत ३६० अंश तर एका घटिकेत सहा अंश किंवा एका तासांत १५
अंश असे प्रमाण वसतें म्हणून युरोपियन पद्धतिमध्ये अंशात्मक विषुवांश न सांगता ते तासात्मक
सांगतात, म्हणजे (संपातापासून) १५ विषुवांश असे न म्हणतां विषुवकाल १ तास असे इंग्लिश
पद्धतिंत म्हटलें जातें, एकूण मतलब एकच आतां प्रहांची स्थिति गति सांगण्याची पद्धति अशी —

आकाशातील प्रहाची गति, स्थिति किंवा स्थान हें सांगणें झाल्यास आक्रमवृत्तरूप
भोग आणि त्याचा आलम्ब ह्या जोडीनें, किंवा विषुवांश आणि क्रान्ति ह्या जोडीनें सांगतात.
भोग आणि शर, किंवा विषुवकाल आणि क्रान्ति, ह्यांच्या व्यतिरिक्त आणखी एक जोडी आहे

आपल्याला क्षितिज दिसतें आणि कळतें, पाहणारा कोठेहि असो त्याला त्याच्या थेट
डोक्यावर आकाशामध्ये अतिशय उच्च असा एक बिन्दू आढळतो कारण आकाश हें गोळ-
घुमटाप्रमाणे किंवा उघडलेल्या प्रचण्ड छत्रीप्रमाणे आपल्या डोक्यावरच उच्चावलेलें दिसतें परंतु तें
सर्व वाजूनी क्षितिजापर्यंत भिडून राहून त्याचा कंगोरा क्षितिजालाच चिकटला आहे असे वाटतें
त्या कारणानें क्षितिज हें सपाटीच्या नागार आणि अतिशय उच्च असा बिन्दू तो आकाशामध्ये
पाहणाराच्या अगदीं डोक्यावरच अशी स्थिति असने ह्या उच्च बिन्दूला रास्वस्तिक (अथवा
Zenith) म्हणतात

आक्रमवृत्ताला जसा शर ह्या लवक्य असतो, आणि तो कदम्बबिन्दू पासून निघतो

विषुववृत्तावर ध्रुव बिंदूतून याम्योत्तर वर्तुळे जशीं उंबरूपानें येऊन थडकतात; त्याचप्रमाणें ख-
स्वस्तिकाकडून क्षितिजापर्यंत असंख्य वर्तुळे उंबरूपानें जाऊन मिटतात. त्यांना नतोन्नत वर्तुळे
म्हणतात. ह्या नतोन्नत वर्तुळावर क्षितिजापासून ० शून्य करून खस्वस्तिकापर्यंत ९० अंश ह्या-
प्रमाणें अंतर मोजतात. त्यांना उन्नतांश म्हणतात. विषुव आणि आक्रम वृत्त ह्यावरील पूर्वपश्चिम
अंतर मोजण्याला आरंभ ज्याप्रमाणें संपातापासून करावयाचा त्याप्रमाणें क्षितिज वर्तुळावर अंतर
मोजण्यासाठी ध्रुव बिंदूतून जें नतोन्नत वर्तुळ ख-स्वस्तिकापासून निघून क्षितिजापर्यंत मिटते
त्या बिंदूपासून आरंभ होतो तो उत्तर बिंदूपासून पूर्व बिंदूपर्यंत, नंतर तेथून दक्षिण बिंदूपर्यंत ह्या
प्रमाणें अंतर मोजतात ह्या अंतरास अग्रा म्हणतात.

आकाशांत कोणताहि बिन्दु असो, कोणताहि ग्रह किंवा तारा असो त्यातून हे तीनहि
प्रकारचे छंय, गेळेच पाहिजेत, आणि जाऊं शकतात. (१) ध्रुवातून याम्योत्तर, (२) कदम्बा
तून कदम्बमोत असें शर वर्तुळ, आणि (३) खस्वस्तिकाकडून क्षितिजापर्यंत नतोन्नत वृत्त.

म्हणून तारांचे स्थान किंवा ग्रहांची गति आणि स्थान, सांगणें असल्यास भोग आणि
शर, किंवा विषुवांश आणि क्रान्ति, अथवा आग्रा आणि उन्नतांश ह्यांपैकी कोणत्याही एकाच
जोडीने, किंवा दोन जोड्या घेऊन त्यांच्या योगानें सांगतात. बहुत करून भोग आणि शर, व
विषुवांश आणि क्रान्ति, ह्या जोडीने सांगतात. ह्या जोड्यांना वेधज्ञापक म्हणतात.

प्रत्यक्ष वेध म्हणजे (तारा, ग्रह ह्यांचे) अवलोकन, उन्नातांश, क्रान्ति आणि तत्काळीन
विषुवांश काल ह्यांच्या योगानें करून त्यांची ठाचणें करून ठेवतात; अनेक वर्षांच्या, अनेक
ज्योतिष्यांनी केलेल्या अशा होंकडों टांचणायकरून ग्रहांच्या कक्षा, दूरत्वे, प्रदक्षिणा—काळ, मन्द
फळें इत्यादि अज्ञात गोष्टींचा उलगडा होऊन ज्योतिःशास्त्राला आजचें स्पृहणीय स्वरूप प्राप्त
झालें आहे.

आकाशातील ग्रहांची गति, स्थिति, स्थानें ज्या पद्धतिने सांगतात ती पद्धति गोळीय त्रिकोणांची
असून सर्व अंश, कला इत्यादि प्राया वर्तुळा संबंधानेंच येजलेली असते. फक्त ग्रहांची सूर्यापा-
सून किंवा पृथ्वीपासूनची अन्तरे ज्यांना कर्ण म्हणतात तीं अन्तरे आणि वर्तुळ (परिधि) ज्या
“ ज्या ” मात्र सरळ रेषांनी ह्या प्रदर्शित करितात आणि त्या संबंधाचे त्रिकोण हे सरळ रेषा
नीच बनलेले असतात.

उत्तरगोळार्ध—आकाश विषुवाच्या उत्तरेकडील अर्धगोळ.

ध्रुव—उत्तर गोळाचा, आणि दक्षिण गोळाचा शिरोबिन्दू.

कदंब—आक्रम-वृत्ताच्या मध्यातून जाणाऱ्या अक्ष रेषेचें टोंक.

नाक्षत्र दिवस—विषुववृत्ताच्या एका अक्ष परिभ्रमणास लागणारा काळ. हा २३ तास
५६ मिनिटें ४.९ सें इतका मध्यम मानानें आहे. इतक्या कालांत संबंध विषुववृत्ताचें अक्षभ्रमण
३६० अंश होतें.

आक्रमवृत्त आणि विषुववृत्त ह्यांच्या मध्यें जो कोन आहे तो २३° २७' काळ इतका
आहे, ह्यालाच सूर्याची परम—क्रान्ति किंवा क्रान्ति कोन म्हणतात. हजारों वर्षांपूर्वी हा कोन
२३॥ अंश होता म्हणून आपल्या प्राचीन प्रपात परमक्रान्ति २४ अंश मानली आहे.

क्रान्ति—म्हणजे विषुववृत्तापासून ध्रुवापर्यंत काढलेल्या लम्ब वृत्तावरील विषुवापासूनचें अंशकलात्मक अन्तर.

शर—आक्रमवृत्तापासून कदम्बप्रोत लम्बावरील अशकलात्मक अन्तर.

संपात—आक्रमवृत्त आणि विषुव ह्यांचा छेदन बिन्दू. ह्याला पूर्वैकदोन पश्चिमेकडे ५०.२ विकला इतकी वार्षिक गति आहे.

याम्योत्तर अथवा ध्रुवातून विषुववृत्तावर जी असंख्य लम्बवृत्ते काढता येतात त्यापैकी प्रत्येक. अशी लम्बवृत्ते कमीत कमी $३६० \times ६० \times ६०$ इतकी काढली पाहिजेत.

विषुवांश—याम्योत्तराच्या योगानें विषुववृत्ताचें होऊ शकणारे, अश, कला, विकलात्मक भाग. हे १५ अशाना एक तास अशा पद्धतिनेंहि सांगतात.

अक्षांशवृत्ते—विषुववृत्ताला समान्तर अशीं वर्तुळे हीं ध्रुवापर्यंत काढता येतात. ह्या सूर्य वर्तुळाचें मध्यबिन्दू अक्षमूत्रामध्येच असतात.

अक्षांश—अक्षवृत्ताच्या योगानें पडलेलें याम्योत्तर वर्तुळाचे भाग; अपवा विषुववृत्तापासून दक्षिणोत्तर लम्बान्तर. अक्षांश पलमेवरून ठरविनात, किंवा पलमा अक्षांशावरून ठरते.

रेखांश—एखाद्या विशिष्ट याम्योत्तरवृत्तापासून अक्षांशवृत्तावर किंवा विषुववृत्तावर मोजलेलें पूर्वपश्चिम अन्तर. विषुववृत्ताच्या एका अक्षभ्रमणास २४ तास किंवा ६० घटिका लागतात, म्हणून $\frac{१५}{१८०}$ अंश हें कालात्मक रेखान्तर झालें.

खस्वस्तिक—पहाणाराच्या येट डोक्यावरील आकाशातील बिन्दू.

उन्नतांश—क्षितिजापासून खस्वस्तिकापर्यंतचें लम्बरूप अंतर.

क्षितिज—पृथ्वीच्या सपाटीची दृश्य सीमा.

(गोलीय त्रिकोणाच्या बाजू वर्तुलखंडेंच असतात.) (मध्यवर्ती काटकोनाच्या योगानें) वर्तुळाचे सारखे चार भाग होतात. ह्यांना वर्तुळाची चार “पदे” म्हणतात. प्रथम, तृतांय पदे हीं विषम आणि द्वितीय चतुर्थ हीं युग्मपदे. वर्तुल चतुर्थांशांत ९० अंश असतात.

स्पष्टाधिकार [प्राथमिक विवरण]

स्पष्टाधिकार म्हणजे प्रहाचे स्थान आकाशांत प्रत्यक्ष दृष्टीला जेथें (ज्या नक्षत्रावर, ज्या तारे पासून अमुक इतक्या अन्तरावर आहे असे) दिसेल तेथेंच तो आहे असे गणितानेहि वर्तविता येणें. ह्या प्रकाराला, गणित पद्धतिखाल स्पष्टाधिकार म्हणतात. गणितानें वर्तविलेल्या ठिकाणीच बरोबर प्रह असला व दिसला म्हणजे तो स्पष्ट झाला व त्या गणिताचा दृक्प्रत्यय आला असे म्हणतात. प्रहाचे स्पष्ट गणित करतांना त्रिकोण मितिच्या गणिताची माहिती अवश्य आहे. सिद्धांत गणित करतांना त्रैराशिक व वर्गमूल काढण्यापर्यंत अकगणित, समीकरणापर्यंत बीजगणित आणि काटकोन त्रिकोण, कचित् गोलीय त्रिकोण ह्यांचे मापन इत्यादि गणित गणकास उत्तम येत आहे असेच सिद्धान्तकारांनी गृहीत धरले आहे.

स्पष्टाधिकारांत, भुज, भुजज्या, कोटिज्या, कर्ण, त्रिज्या, परिधि इत्यादि संज्ञा व त्या संज्ञांनीं निर्दिष्ट अशीं परिमाणें ह्यांची साधारण तरी माहिती असल्याशिवाय ग्रंथच समजणार नाही. म्हणून त्रिकोण मितिच्या काही संज्ञांची त्रोटक माहिती देतो.

सरळ रेषा म्हणजे काय किंवा काटकोन आणि वर्तुळ म्हणजे काय हें वाचकांस चांगलें अवगत आहे असें समजण्यास धरकत नाही. पुढील आकृतींत “च-छ-स-ग” हें वर्तुळ आहे. त्याच्या वाटोळ्या गगरीत रेषेसच परिघ किंवा परिधि म्हणतात. “च-छ-स-ग” ही वाटोळी रेषाच परिघ किंवा परिधि आहे. “क” हा त्या वर्तुळाचा मध्य बिन्दू हा- अगदीं मधोमध असतो, आणि त्याच्या पासून परिघापर्यंत जितक्या सरळ रेषा काढल्या तितक्या सर्गांची लांबी अगदीं एक सारखी असते यकिकित्वाह किमीजास्त नसते. ह्या सर्व रेषांना त्रिज्या म्हणतात. त्रिज्या, परिघ (परिधि) ह्या सर्गांचा अर्थ अगदीं पक्का लक्षांत ठेगावा. परिघामध्ये कोठेंहि दोन बिन्दू ह्या (उदाहरणार्थ घ. प.) ह्या दोन बिन्दूंना जोडणारी रेषा “घ-प” काढा म्हणजे “घ-ना-ट” हा जो वर्तुळाचा तुकडा दिसतो. त्याला कौंस, भुज, घनु किंवा चाप, म्हणतात आणि “घ-प” ह्या रेषेला त्या चापाची किंवा घनुष्याची ज्या (म्हणजे ताणलेली दोरी) असें म्हणतात. वर्तुळाचा कोणताहि तुकडा “भुज” होऊ शकतो आणि त्या प्रत्येक भुजाला किंवा चापाला “ज्या” काढता येते. तिलाच “भुजज्या” असेंहि नांव आहे. कारण भुजाची “ज्या” ती भुजज्या. भुजज्येवर वर्तुळमध्यापासून ओळखात असणारी रेषा काढली म्हणजे ती रेषा आणि भुजज्या ह्यांचा जो कोन होतो तोच काटकोन “घ-प” ह्या भुजज्येवर “क रू” ही रेषा लंबरूप आहे. म्हणून “रू” ह्या ठिकाणी काटकोन होतो. जेथे दोन रेषा परस्पराशीं लंबरूप असतात तेथे काटकोन व्हावयाचाच. “घ-प” ही जरी “ज्या” आहे तरी गणितांमध्ये “घ-रू” ह्या अर्थां तुकड्यालाच भुजज्या म्हणतात. आतां भुजज्या म्हणजे अर्धज्या हाच अर्थ कायम साळा. “क रू-घ” हा जो काटकोन त्रिकोण आहे त्यांत “रू” हा काटकोन आणि “क” आणि “घ” हे परस्पराशीं पूरक कोन आहेत कारण त्या दोहोंचा मिलेन एक काटकोन बनतो. “क” ह्या पूरक कोनासमोर जी रेषा (रू-घ) ती त्या कोनाची भुजज्या, आणि त्याच्या नवळ चिकटलेली जी (क-रू) रेषा ती त्या कोनाची कोटिज्या असें म्हणण्याचा प्रघात आहे. भुजज्या, आणि कोटिज्या ह्या परस्पराशीं (“रू” ह्या ठिकाणी) काटकोन करतात. काटकोनासमोरची (क-घ ही) त्रिकोणापैकी जी सर्वांत मोठी रेषा तिला कर्ण असें नांव आहे.

वर्तुळाच्या मध्यबिन्दूतून जाणारी, आणि मध्यबिन्दूच्या दोन्ही बाजूस येत परिघापर्यंत जाऊन मिडणारी जी सर्वांत मोठी रेषा तिला व्यास असें बडे नांव आहे. व्यासरेषेची लांबी दोन त्रिज्या येवढी असते. म्हणून आतां परिमाणें बनलीं तीं अशीं; क-ख-घ हा काटकोन त्रिकोण त्यात (१) रू हा काटकोन. काटकोन करणाऱ्या ज्या दोन रेषा त्या पैकीं एक भुजज्या आणि दुसरी कोटिज्या.

(२) क-घ हे परस्पर पूरक कोन.

(३) पूरक कोनाच्या समोरची रेपा ती त्या कोनाची भुज्या, आणि जवळची रेपा ती कोटिच्या.

(४) काटकोना समोरची मोठी रेपा ती त्या त्रिकोणाची कर्णरेपा.

(५) वर्तुळाच्या मध्यबिन्दूपासून परिधापर्यंत मिडणारी जी सरळ रेपा ती त्रिज्या.

(६) मध्य बिन्दूतून दोहोकडे परिधापर्यंत थेट मिडणारी मोठी रेपा ती व्यास रेपा; = हा दोन त्रिज्या येवदा असतो.

(७) वर्तुळाच्या परिधाचे एकसारखे ३६० भागे करितात त्यांना भाग किंवा अंश म्हणतात.

च-घ-ग हे एक काटकोनी वर्तुळ खण्ड आहे. म्हणजे हा वर्तुळ खण्डाच्या " च " आणि " ज " हा टोकातून वर्तुळ मध्यापर्यंत त्रिज्या काढिल्या असता त्यांच्या मधील ग-क-च कोन हा काटकोन होतो.

(८) " क-ख-घ " हा काटकोन त्रिकोणात " ख " हा काटकोन असल्याने " क " हा कोनाची " ख-घ " रेपा ही भुज्या होय आणि ग-घ हा त्या " ज्ये " चा भुज, किंवा फौस आहे आणि " च-घ " हा जो (काटकोनी वर्तुळ खण्डापर्यंत) शिष्टक राहिलेला तुकडा ते कोटिच्या-खण्ड होय. भुज्या खण्ड, आणि कोटिच्या खण्ड, मिळोन एक चतुर्पाश वर्तुळ (म्हणजे ९० अंश) होते.

वर्तुळामध्ये दोन व्यास रेपा परस्पराशी काटकोनात असल्या (उदा० छ-ग रेपा, आणि च-स रेपा) म्हणजे त्या वर्तुळ परिधाचे बरोबर चार सारखे तुकडे करतात. " च छ ", " छ-स " " स ग ", " ग-च " हे चार सारखे तुकडे म्हणजे परिखण्ड आहेत. वर्तुळाचे अंश ३६० म्हणून त्या प्रत्येक भुजाच्या टोकाशी असलेल्या (छ-क आणि च-क हा) त्रिज्यांनी " क " हा व्यास मध्य बिन्दूत काटकोन बनतो म्हणून प्रत्येक काटकोनातहि ९० नव्वद अंश होतात म्हणूनच कोणताहि कोन अशकळा विकळा सरपेने मोजतात.

उदाहरणार्थ छ-क-स हा काटकोन-क हा बिन्दूत होतो. (कोन-दर्शक अक्षर मध्ये लिहितात.) त्यात ९० अंश आहेत. छ-क-द हा अर्धा काटकोन. त्यात ४५ अंश; छ-क-त हा पाय काटकोन; त्यात २२½ अंश. ह्याप्रमाणे १ अशापासून ९० पर्यंत आणि ९१ पासून १८० पर्यंत तेथून २७० अंश आणि ३६० वर्तुळ परिधामध्ये कोन बनतात. कोन दोनच रेपांनी बनतो य तो मध्य बिन्दूमध्ये असतो.

आतां मध्य बिन्दूत कोन कसकसे होतात ते पहाः—

क. ग दी मुदय त्रिज्या ठरवावी. ती कोनाचा पाया किंवा तल्लेपा होय.

(९) ती कोनाचा पाया किंवा तल्लेपा होय.

क-ग रेपेचा " क-घ " रेपेची क हा ठिकाणी अर्धाकाटकोन म्हणजे ४५ अंशाचा कोन झाला.

क-ग रेपेचा क-च रेपेची " क " मध्येच काटकोन नंतर होतो नंतर क-ठ रेपेची दीट

काटकोन होतो. नंतर क-ग-आणि क-छ रेषांचा १८० अंशाचा कोन हा कोन सरळ रेषेतच होतो. द्यावा दोन काटकोन म्हणतात.

नंतर क-ग रेषेचा क-द रेपेशी-य नंतर क-स रेपेशी तीन काटकोनी (म्हणजे २७० अंशाचा कोन.) नंतर तेथून क स त्रिज्या पुढे सरकून “क-ग” शी पुनः चिकटे पर्यंत असेच निरनिराळे कोन होतात.

(१०) वर्तुळ केवढेही मोठे असो किंवा लहान असो त्याच्या परिघाचे एकसारखे अंश ३६० च करावयाचे. एका अंशामध्ये ६० कला, आणि एका कलेमध्ये ६० विकला ह्या प्रमाणे वर्तुळाच्या परिघाचे भाग होतात. अंशाच्या प्रत्येक टोका पासून मध्यबिंदू पर्यंत त्रिज्याकाढली तर प्रत्येक अंशाचा निदर्शक असा मध्यबिंदूच्या ठिकाणी एकेक कोन होईल त्याची आकृती साधारण-पणे गाडीच्या चाकासारखी दिसेल. तेव्हां एक अंशाचा, दहा अंशांचा कोन असे म्हटले की, वर्तुळ परिघाचा तिनका तुकडा, आणि त्या तुकड्याच्या दोन्ही टोकांपासून मध्य बिंदूपर्यंत त्रिज्या काढून त्या दोन त्रिज्या मधील कोन; इतका अर्थ स्पष्ट ठरलेला असतो. उदाहरणार्थः—

१५ अंशाचा कोन म्हणजे १५ अंशांचा वर्तुळ खण्ड आणि त्याच्या त्रिज्यांनी मध्य बिंदूत होणारा १५ अंशाचा कोन. ह्याप्रमाणे कोनांचे अंश, आणि अंशांचे कोन सांगितले असतात. वर्तुळ परिघातील अंशकला संख्येनेच कोन निर्दिष्ट केला जातो.

(११) प्रत्येक त्रिकोणात जे तीन कोन असतात त्या सर्वांची बेरीज दोन काटकोना इतकी म्हणजे १८० अंश असते.

(१२) ज्या त्रिकोणाच्या तिन्ही बाजूंच्या रेषा अगदी सारख्या असतात त्याला समभुज त्रिकोण म्हणतात (आकृति पहा)

(१३) समभुज त्रिकोणाचे तिन्ही कोन अगदी एक सारखे असतात. तिन्ही मिळोन १८० अंश तेव्हा प्रत्येक कोन ६० अंशांचा असे ठरले. (उदा. आकृति ह्या अ, ऊ, आ हे प्रत्येकी ६० अंशांचे कोन आहेत. कोणत्याही त्रिकोणाचे मापन काटकोनाच्या योगानेच करितात.

(१४) अ-उ-आ ह्या समभुज त्रिकोणात इ-उ ही रेषा—अ-आ रेषेच्या मध्यापासून उ टोकापर्यंत लंबरूप आहे. म्हणून इ-उ रेषेच्या दोन्ही बाजूंस दोन काटकोन होतात. इ-उ-आ त्रिकोणात इ- हा काटकोन; आणि उरलेल्या आ आणि ऊ ह्या दोन कोनांचा मिळोन एक काटकोन. आ आणि ऊ हे एकमेकांचे पूरक कोन.

(१५) आ इ उ ह्या त्रिकोणात इ हा काटकोन, म्हणून त्याच्या समोरची आ-उ रेषा ह्या कर्ण.

आणि आ कोनाच्या समोरची इऊ रेषा आ कोनाची मुजब्या, आणि उ कोना समोरची आइ रेषा उ कोनाची मुजब्या. आ कोनाजवळची आइ रेषा ही “आ” कोनाची कोटिज्या; आणि इऊ रेषा “उ” कोनाची कोटिज्या.

(१६) कोनांचा मध्य बिंदू धरून वर्तुळ काढले तर कोननिदर्शक वर्तुळ खण्ड ह्या त्या कोनाचा भुज होतो. मुज म्हणजे कोन निदर्शक वर्तुळ परिघाचा तुकडा. आणि “ज्या” म्हणजे त्या तुकड्याची टोके साधणारी रेषा. मुजब्या म्हणजे त्या रेषेचा अर्धा भाग.

(१७) काटकोन त्रिकोणाच्या दोन बाजू पैकी एका भुज्या आणि दुसरी कोटिज्या असते आणि समोर कर्ण रेखासते.

(१८) भुज्येची लांबी, अशः अगुळे इच-इत्यादि कोणत्याहि मापानें भोजण्यास हरकत नाही.

(१९) भुज्येचा वर्ग, अधिक कोटिज्येचा वर्ग मिळोन जी सख्या येते ती कर्ण रेखेच्या वर्गाबरोबर असते. (उदाहरणार्थ अ इ-उ ह्या त्रिकोणा इ हा काटकोन आहे म्हणून अइ (वर्ग) + इउ (वर्ग) = अउ असे समीकरण अगदी ठरले आहे म्हणून अइ+इउ ह्यांच्या बेरजेच्या वर्ग-मूळाबरोबर कर्ण रेखेची लांबी असते

(२०) सबध परिघ ३६० अश असतो आणि त्याचा व्यास ११४ ६ अश आणि त्रिज्या ५७ ३ अश असते. हेहि वरच्याप्रमाणें पक्कें ध्यानांत ठेवावें

सिद्धांतपद्धतिप्रमाणें भुज्येची लांबी (दैर्घ्य) हीच “ ज्या ”. परंतु युरोपियन पद्धति-प्रमाणें भुज्यारेखेला कर्णानें भागून जो अपूर्णांक (किंवा पूर्णांक) येईल त्याला भुजज्या म्हणतात. युरोपियन पद्धतिप्रमाणें — कोटिज्येलाहि कर्णरेषेनें मागावें लागतें

$$\frac{\text{भुजज्या}}{\text{कर्णरेखा}} = \text{ज्या (दैर्घ्या)}, \quad \frac{\text{कोटिज्या}}{\text{कर्णरेखा}} = \text{को-ज्या}$$

$$\frac{\text{भुजज्या}}{\text{कोटिज्या}} = \text{स्पर्शरेखा}, \quad \frac{\text{कोटिज्या}}{\text{भुजज्या}} = \text{को-स्पर्शः}$$

सिद्धांतमतानें
आणि पाश्चात्य-मतानें } १ — कोटिज्या = उत्क्रमज्या.
(‘एक’ म्ह० त्रिज्या)

(२१) सबध वर्तुळपरिघात २१६०० कला असतात, आणि त्रिज्येमध्यें ३४३७७५ कला असतात, म्हणूनच सिद्धांतकारांनी ३४३८ कलांची परमज्या कित्या त्रिज्या मानली आहे. त्रिज्येच्या दुप्पट व्यास-कला असतात. युरोपियन गणितामध्ये त्रिज्येचें मान हेच. निराळें नाही.

॥ स्पष्टाधिकारः ॥

अथ द्वितीयोऽध्यायः

अदृश्यरूपाः कालस्य मूर्तयो मगणाभिताः ॥

शीघ्र-मन्दोच्च-पाताख्या ग्रहाणां गतिहेतवः ॥ १ ॥

तदातरभिभिर्बद्धास्तैः सन्व्येतर-याणिभिः ॥

प्राक्पश्चादपकृष्यन्ते यथासंज्ञं स्वदिङ्मुखम् ॥ २ ॥

प्रवहाख्यो मरुत् तांस्तु स्वोच्चाभिमुख-मीरयेत् ॥
 पूर्वापरापकृष्टास्ते गतिं यान्ति पृथग्विधाम् ॥ ३ ॥
 ग्रहात् प्राग्भगणाद्धस्थः प्राह्मुखं कर्षति ग्रहम् ॥
 उच्चसंज्ञोऽपराद्धस्थं तद्वत् पश्चान्मुखं ग्रहम् ॥ ४ ॥

ग्रहाचे “ भगण ” म्हणजे परिभ्रमणाचे जे मार्ग त्या मार्गावर “ काळा ”ची स्वरूपे अद्वय रूपाने (ठाणे देऊन) राहिलेली आहेत ग्रहाचे शीघ्रोच्च, नीचोच्च, मन्दोच्च आणि कक्षापात ही ती स्वरूपे होत ग्रह आपआपल्या कक्षामध्ये निरन्तर फिरत आहेत त्याच्या गतिचे कारण ही काळ-स्वरूपे होत १

(ग्रह हे) प्रवह वायुरूप लगामाने जखडलेले आहेत उच्च, नीच आणि पात ह्या शक्ति, ते लगाम आपल्या दोन्ही हातांनी धरून त्या ग्रहाना केव्हा मार्गे खेचून केव्हा पुढे दामटून आपल्या दिशेकडे आपल्या जखळ ओढून नेतात २

प्रवहवायु (ह्या तर ग्रहगतिचे मुख्य कारण तो प्रवहवायु) ग्रहाना आपआपल्या उच्च (नीच) बिन्दूकडे पश्चिमेकडून पूर्वेकडे खेचीत नेतो बहुतेक पूर्वेकडे (परंतु नंतर) पश्चिमेकडे त्यांना ओढून तो (वायु) त्या ग्रहांच्या ठिकाणी निरनिराळी गति उत्पन्न करितो ३

प्रत्येक ग्रहाचे उच्च त्याच्या समोर पूर्वदिशेकडे असते ते उच्च त्याला पूर्वेकडे ओढते नीचोच्च बिन्दू ह्या पश्चिमेकडे असतो तो त्याला पश्चिमेकडे ओढतो (ह्याप्रमाणे ग्रह हे सदैव चक्राकार गतिने फिरत असतात) ४

स्पष्टीकरणः—ग्रहांना गति का असावी, आणि ती चक्राकार मार्गाचीच का असावी त्याचे कारण सिद्धान्तकारांनी, उच्च, नीच (आणि पात) ही जी विशिष्ट स्थाने ग्रहमार्गावर आहेत, त्यांना काळाची स्वरूपे मानून त्यांच्याकडे सोपविले आहे ग्रहगतिचे आधुनिक दृष्टिने कारण, ग्रहांची केन्द्रापसरण शक्ति आणि सूर्याची आकर्षण शक्ति अशा दोन कारणांचा मिळाफ होय प्रवह वायु लगामाने ग्रहांना मार्गे खेचतो आणि पुढेहि दामटतो ह्या उभेक्षेत अपसरण आणि आकर्षण ह्या दोन्ही शक्तींची कल्पना सूचित केली आहे नीचोच्च हे स्थान सूर्याच्या जखळ असते, आणि मन्दोच्च हे दूर असते मात्र ही दोन्ही स्थाने परस्परांपासून बरोबर १८० अंश अंतरावर असतात.

पात हेहि बिन्दूच आहेत ग्रहकक्षा (म्हणजे ग्रहांच्या भ्रमण मार्ग) आणि भूकक्षा हे एका पातळीत नाहींत परस्परांशी कळते आहेत त्यामुळे ग्रह आपल्या कक्षेत फिरताना फक्त पात बिन्दूच्या ठिकाणीच भूकक्षेत काही अल्प काळ असतो म्हणून ग्रह ह्या कक्षपाताच्या स्थानी असताना पृथ्वी, ग्रह आणि सूर्य हे एका रेषेत आले, तर ग्रहण, अतिक्रमण, इत्यादि चमत्कार वद्द शकतात ।

स्वोच्चापकृष्टा भगणैः प्राह्मुखं यान्ति यद् ग्रहाः ॥

॥ तद्वत्पेधनमित्युक्तमृणं पश्चान्मुखेपु तु ॥ ५ ॥

ग्रहांच्या नीचोच्च शक्तींनी ग्रहांना खेचून दामटले म्हणजे आपल्या मार्गांनी जेव्हा ते पूर्वेकडे

धांवतात तेव्हा त्याची गति “ धन ” आहे असे ज्योतिषी समजतात, आणि जेव्हा उलट फिरतात (म्हणजे पूर्वेकडून पश्चिमेकडे फिरतात) तेव्हा ती “ ऋण ” आहे असे म्हणतात गति “ धन ” असते तेव्हा ग्रहाची दिनगति मध्यम गतिपेक्षा ज्यास्त असते

दक्षिणोत्तरतोऽप्येवं पातो राहुः स्वरंहसा ॥

विक्षिपत्येव विक्षेपः चन्द्रादीनामपक्रमात् ॥ ६ ॥

उत्तराभिमुखं पातो विक्षिपत्यपराद्धगः ॥

ग्रहं प्राग्भगणार्द्धसो याम्यायामपकर्षति ॥ ७ ॥

१ ग्रहाचे कक्षापात आणि चन्द्रकक्षेतील राहु हे आपल्या जोराने ग्रहाना आणि तसेच चन्द्राला पृथ्वीकक्षेच्या मार्गातून केव्हा उत्तरेला आणि केव्हा दक्षिणेला ह्या प्रमाणे बाजूस ढकलतात ग्रहांच्या आणि चन्द्राच्या अशा रीतीने पृथ्वीच्या मार्गातून बाजूस ढकलले जाण्याच्या प्रकाराला विक्षेप म्हणतात ६

पश्चिमेकडे अर्ध्यावाटेवर असणारा एक कक्षापात ग्रहाला तेथून उत्तरेकडे ढकलतो, आणि दुसरा कक्षापात (पहिल्याच्या अगदी समोर) पूर्वेकडे अर्ध्या वाटेवर राहुन त्या ग्रहाला (दुसऱ्या बाजूस) दक्षिणेकडे ढकलतो ७

स्पष्टीकरणः—हे ढकलणे निव्वळ उत्प्रेक्षा आहे ग्रह आपल्या कक्षेतच फिरतो, पण ती कक्षा कळलेली असल्याने तिचा निमा माग पृथ्वी कक्षेच्या उत्तरेस आणि निमा दक्षिणेस असतो म्हणून ग्रह बाजूस ढकलल्यासारखा दिसतो

बुधमार्गवयोः शीघ्रात् तद्वत् पातो यदास्थितः ॥

तच्छीघ्राकर्षणात् तौ तु विक्षिप्येते यथोक्तवत् ॥ ८ ॥

बुध आणि शुक्र हेही भूकक्षेच्या कधी उत्तरेस आणि कधी दक्षिणेस ह्या दिशेस त्याचे पात असतील त्याप्रमाणे मागील श्लोकात वर्णिलेल्या योजनेनुरूप जोराने ओढले जाऊन बाजूस केकळे जातात ८

महत्त्वान्मंडलस्वार्कः स्वल्पमेवापकृष्यते ॥

मण्डलाल्पतया चन्द्रस्ततो बह्वपकृष्यते ॥ ९ ॥

भौमादयोऽल्पमूर्तित्वात् शीघ्रमन्दोच्च सङ्घर्षैः ॥

देवतैरपकृष्यन्ते सुदूरमतिवेगिताः ॥ १० ॥

अतो धनर्णं सुमहत् तेषां गतिवशात् भवेत् ॥

आकृष्यमाणास्तै रेवं व्योम्नियान्त्यनिलाहताः ॥ ११ ॥

सूर्याचे प्रकरण फारच अवाढव्य असल्याने त्याचे विंग फारसे ओढले जात नाही पण चन्द्र ह्या त्या मानाने पुष्कळ हलका असल्याने त्याच्यावर आकर्षण होऊन तो फारच ओढला जातो. ९ तसेच मंगळादि ग्रहांची दिवे (सूर्याच्या तुलनेने) अगदी कमी असून, त्यामुळे शीघ्र, मंदोच्च इत्यादि ज्या आकर्षण शक्ति, त्यांच्या योगाने त्या ग्रहांमध्ये अत्यंत वेग उत्पन्न होऊन ते दूर अंतरावर (ओढेत तरी) खेचले जातात १०

म्हणूनच त्याच्या गति सुखांवर दर्शविल्याप्रमाणे धनश्रृण असतात, परंतु त्या गतिप्रमाणे धनश्रृणत्वहि महत्वाचे असते. ह्याप्रमाणे सर्व प्रह उच्चस्थानांच्या आकर्षणाने आणि प्रवहवायुच्या जोराने आकाशमध्यें संचार करतात. ११

विवरणः—एका वर्तुळ परिधिचे (म्हणजे ३६० अंश परिधाचे) समसमान चार तुकडे (मध्यबिन्दुसुन जाणाऱ्या व परस्पराला काटकोन करणाऱ्या दोन सरळ रेषांनी) केले तर प्रत्येक परिधिविभागात ९० अंश; आणि मध्यबिन्दूत सरळ रेषांनी बनलेला एक काटकोन, वरी आकृतिमनते. (“श्री-श” हा कोन आणि “श्रीम-शम” ह्या रेषांनी बनलेला काटकोन अशी आकृति पाहा.) ह्या अशा मध्यबिन्दूत झालेल्या कोनासहित-परिधिविभागाला परिधिकोन (Sector) असे नांव आहे. वर्तुळांत काटकोनी परिधिकोन चार असतात, त्या प्रत्येकास “पद” म्हणतात: १ ठें, व ३ रे हें; विषम पदे; २-४ हीं युग्मपदे होत.

कोणत्याहि पदाच्या परिधिविभागांत बिन्दु घेऊन त्या परिधाचे कसेहि दोन तुकडे केले तर ते दोन्ही मिळोन ९० अंश किंवा एक परिध-पद होतें. ‘श्री-श’ ह्या परिध-पदांत “य” बिन्दु घेऊन तेथून य-म रेषा काढली तर एका काटकोनाचे “य-म-हे” आणि य-म-क असे दोन कोन होतात. ह्या दोन्ही कोनांचा मिळोन एक काटकोन होतो म्हणून हे दोन्ही परस्पर-पूरककोन होत. [ज्या कोनांची बेरीज एका काटकोना-इतकी असते त्यांना पूरककोन म्हणतात.] ‘य-हे’ रेषा ‘म’ कोनाची दोऱ्या (म्हणजे भुज्या) आहे. आणि म-रेषा ही त्याच कोनाची कोटि-ज्या आहे. य-का रेषा “य” पासून श्री-म-रेषेवर लंब रेषा काढली तर ‘य-का’ रेषा म- ह्या कोटिज्ये बरोबर होईल. [कारण समान्तर चौकोनाच्या समोरासमोरील बाजू अगदी सारख्या असतात;] परंतु य-का रेषा, का-म-य ह्या पूरक कोनाची दोऱ्या आहे, [म्हणून नियम असा सिद्ध झाला की, “एका कोनाची दोऱ्या त्याच्या पूरक कोनाच्या कोटिज्ये बरोबर; आणि कोटिज्या पूरककोनाच्या दोऱ्ये बरोबर असते.” त्रिकोण-मितिमध्ये हा नियम फार महत्वाचा आहे.]

हाच नियम सिद्धान्तकारांनी श्लोक ३० त्यांत सांगितला आहे; त्यांत, परिध पदाचे दोन भाग केले तर त्यातील पहिल्याला “गत” आणि दुसऱ्या तुकड्याला “गम्य” किंवा “एष्य” हें नांव देतात असे सांगितले-आहे.

सांगितलेल्या आकृतिमध्ये श्री-य-श हें पहिले पद आणि श्री-ज-ग हें दुसरे पद आहे. पहिल्यांत य-श-हा तुकडा “गत” भाग, आणि श्री-य-हा “गम्य” भाग आहे. त्यांत एकाची दोऱ्या दुसऱ्याच्या कोटिज्ये बरोबर आहे.

दुसऱ्या श्री-ज-ग पदामध्ये श्री-ज-हा “गत” भाग आणि ज-ग-हा “गम्य” भाग आहे; हातः “गत” भागाची कोटिज्या “गम्य” भागाच्या दोऱ्ये बरोबर आहे [“गत आणि गम्य हे दोन भाग परस्पर पूरक असतात कारण दोहोच मिळोन एक-

काटकोनी परिघ—खण्ड होते] (श्लोक ३०). विषम (म्हणजे १-३ हा) परिघ—पदामध्ये “ गत ” भागाची (म्हणजे पहिल्या तुकड्याची) जी दोर्ज्या ती “ गम्य ” भागाची कोटिज्या होते [अर्थात् “ गत ” भागाची जी कोटिज्या ती “ गम्य ” भागाच्या दोर्ज्येबरोबर असते] आणि युग्म पदामध्ये “ गम्य ” भागाची दोर्ज्या “ गत ” भागाच्या कोटिज्येशी समान असते [अथवा “ गम्य ” कोटिज्या, ‘ गत ’ दोर्ज्येशी समान असते.]

वक्राऽनुवक्रा कुटिला मन्दा मन्दतरा समा ॥

तथा शीघ्रतरा शीघ्रा ब्रह्माणामष्टधा गतिः ॥ १२ ॥

तत्रातिशीघ्रा शीघ्राख्या मन्दा मन्दतरा समा ॥

ऋज्वीति पञ्चधा ज्ञेया या वक्रा सानुवक्रगा ॥ १३ ॥

प्रहांची गति, कधी वक्र, अनुवक्र, कुटिल, मन्द, मन्दसम आणि सम (स्थिर) अशी, आणि त्या नंतर शीघ्र आणि शीघ्रतर ह्या प्रमाणे आठ प्रकारची आहे. १२

त्यांत प्रह जेव्हां मार्गी होतो तेव्हां त्याची गति पहिल्यानें अतिशीघ्र असते, नंतर शीघ्र, पुढें मन्द, मग मन्दतर होऊन नंतर स्थिर होते. मग तो प्रह वक्री होतो तेव्हां त्याची गति कुटिल, वक्र, आणि अनुवक्र अशी असते. १३

स्पष्टीकरणः—प्रहांच्या वक्रगतिचें वास्तविक कारण पृथ्वीवरून दिसणारी त्यांची सापेक्ष गति स्थिति हें होय. चुध, शुक्र हे प्रह पृथ्वी आणि सूर्य ह्यांच्या मध्ये आहेत आणि मंगळादि प्रह हें बाहेर आहेत, त्यामुळे, आणि पृथ्वीची गति आणि प्रहाची गति सारखी नसल्यामुळे, प्रह वक्री झाले असें दिसते.

प्रह वक्री झाला म्हणजे तो एकदम मार्गे धळतो. त्या धळणालाच कुटिल गति हें नांव दिलें आहे. नंतर तो तसाच धळण घेऊन मार्गे सरतो, ही वक्रगति; हें धळण कमी होऊन प्रह पुनः मार्गी होण्याच्या वेतांत येतो, हें अनुवक्र; मग तो मार्गी म्हणजे पहिल्या सारखा पूर्वेकडे जाऊं लागतो. प्रह मार्गी झाल्यावर काही दिवस त्याची गति नेहमी पेक्षा फार वेगाची असते, हीच शीघ्रतर गति; नंतर ती कमी होते. पुढें सावकाश (मन्द) मग अगदीं सावकाश, आणि शेवटी प्रह एके ठिकाणी थांबल्यासारखा दिसतो. ह्या स्थितिळा “ स्तंभ ” म्हणतात. त्या नंतर तो पुनः वक्री होतो.

तच्चद् गतिवशात् नित्यं यथा द्रवतुल्यां ग्रहाः ॥

प्रयान्ति तत्प्रवक्ष्यामि स्फुटीकरण-मादरात् ॥ १४ ॥

म्हणून आतां प्रह आपआपल्या अनेक गतिप्रमाणे परिभ्रमण करीत असतांना, ते त्यांच्या योग्य ठिकाणींच आकाशांत दिसतील अशा प्रकारचें जे गणित असतें त्याला स्पष्ट—गणित म्हणतात. ते आतां मी मोठ्या प्रेमानें तुला सांगितों. १४

स्पष्टीकरणः—प्रह जेव्हे प्रत्यक्ष आकाशांत दिसतात तेथे त्याचे स्थान ज्या गणितानें बिनचूक वर्तवितलें येतें त्याला स्पष्ट गणित म्हणतात. केवळ सरासरीच्या धोरणाने

ग्रहाचें जें स्थान ठरतें त्या स्थानाला मध्यम-स्थान, आणि त्या सरासरीच्या गणिताला मध्यम गणित म्हणतात. नदीच्या पाण्याची खोली सरासरीच्या गणितानें जशी चुकीची येतें तसेंच ग्रहांचें मध्यम स्थानहि बहुतेक सर्ववेळां अगदी चुकीचें असतें. तथापि मध्यम ग्रह-गणित सर्वथैव अचूक आहे. कारण ग्रहांचें स्पष्टीकरण करताना प्रथम मध्यम गणितच करावें लागतें, म्हणून प्रत्येक ज्योतिषग्रंथांत प्रथमतः मध्यमगणितच सांगण्याचा प्रघात आहे.

ग्रह स्पष्ट करिताना त्रिकोण मितिच्या गणिताचीहि माहिती असावी लागते. “ ज्या ” म्हणजे “ भुजज्या ” तसेंच “ कोटिज्या ”, आणि त्यांचीं वर्तुळखंडे, तसेंच त्रिज्या, व्यास ह्यांचें गुणोत्तर इत्यादि परिमाणांचा परस्पर संबंध आणि त्यापासून उद्भवणारे गणिताचे प्रकार ह्यांची उपपत्ति वाचकांस साधारण तरी माहीत आहे असें सिद्धांतकारांनीं मानितें आहे. इंग्रजी गणितांतहि “ भुजज्या ” “ कोटिज्या ” स्पर्शज्या ह्यांची सूक्ष्म कोष्टकें केलेली असतात. त्यांचा फार उपयोग होतो. अशीच कोष्टकें गणितज्योतिष्यानें स्वतः तयार करावीं अशी सिद्धांतकारांची इच्छा दिसते. भुजज्येला Sine; कोटिज्येला Co-sine; , वर्तुळखंड किंवा कोन अथवा धनु म्हणजे arc आणि उत्क्रमज्या म्हणजे versed sine अशा इंग्रजी संज्ञा आहेत.

राशिलिप्ताष्टमो भागः प्रथम ज्यार्धमुच्यते ॥

तत्तद् विभक्तलब्धोन-मिश्रितं तद् द्वितीयकम् ॥ १५ ॥

आद्येनैवं क्रमात् पिण्डान् भक्त्वा लब्धोन-संयुताः ॥

एण्डकाः स्युश्चतुर्विंशज्ज्यार्धपिण्डाः क्रमादमी ॥ १६ ॥

विवरणः—श्लोक १५।१६ ह्यात एका परिव-पदाचे (म्हणजे ९० अशाचे किंवा एका काटकोनाचे) जितकें अंश—कलात्मक विभाग किंवा कोन होऊं शकतील त्या प्रत्येक विभागाची भुजज्या दोज्या कशी काढावी त्याचा नियम सांगितला आहे. हा नियम फारच चातुर्यानें बसविला आहे. समष्टुष्ट आणि गोलीय अशा उभयविध त्रिकोण-मितिचें चांगलें ज्ञान झाल्याशिवाय वरील नियम शोधून काढणें शक्य नाहीं. वर्तुळाधारे (म्हणजे स्पर्शज्या अर्ध्या परिघाचे) आणि त्रिज्येचे जर अंतरात्मक, किंवा कलात्मक, अथवा विकलात्मक भाग पाडले, म्हणजे एकाच मापानें सारखें भाग केले तर वर्तुळ चतुर्यांशांत ५४०० कला बसतात; आणि म्हणून त्यांच वर्तुळाच्या त्रिज्येमध्ये ३४३७'७४६७ इतक्या कला बसतात. म्हणजे युरोपियन परिभाषेप्रमाणें ३४३७'७५ कलांचा एक Radian कोन होतो. आणि असे Radians (किंवा त्रिज्या-कोन) अर्धवर्तुळामध्ये ३०१४१६ इतकें समाविष्ट होतात. म्हणून एका त्रिज्येच्या ३४३८ कला हें माप अत्यंत शास्त्रशुद्ध आहे.

त्रिज्येच्या कला (३४३८) ह्याच्या अनुरोधानें दोज्या ठराविकें त्रासाचें वाटतें. खरे. परंतु युरोपियन पद्धतिप्रमाणें एका त्रिज्येंत एक लक्ष किंवा दहा लक्ष भाग मानल्यानें त्रास कोठें चुकतो आहे ! मुलीच चुकत नाहीं. दोज्यांची कोष्टके (Tables of Sines) आपली छापलेली मिळतात म्हणून त्याचें आपणास काहीच वाटत नाही, परंतु

कोट्ये करण्यास बसले म्हणजे सुख समजते. त्यापेक्षा त्रिज्येवरून सिद्धान्त पद्धतीने केलेली कोट्ये एका तासात तयार होतात. पण युरोपियन पद्धतीने ह्याच्या चौपट वेळ तरी लागेलच.

विशेषतः १५° , १८° , २४° , ३६° , ७५° , ह्यांच्या दोर्ज्या युरोपियन पद्धतीने काढणे म्हणजे $\sqrt{२}$, $\sqrt{३}$, $\sqrt{५}$, $\sqrt{१०}$ ह्यांच्या किंमती माहिती असल्या पाहिजेत. वर्गमूल 'काढण्याचा तर त्रास आहेच.' शिवाय गुणाकार भागाकार करावे लागतील ते निराळेच. 'त्यानंतर मधल्याच (म्हणजे १६° , १७° , ह्यांच्या) दोर्ज्या काढणे तर फार किचकट काम. प्रत्यक्ष करावे तेव्हा समजेल.

१५° च्या श्लोकांत दोर्ज्या साधनाचा जो नियम सिद्धान्तकारांनी सांगितला आहे त्याची शास्त्रीय उपपत्ति फार छिष्ट आहे. युरोपियन गणकांसिद्धि ती सोप्या रीतीने उकलता आली नाही. त्यांतले त्यात सोपी उपपत्ति अशी:—प्रथम अर्ध्या काटकोनाची दोर्ज्या [दोर्ज्या वर्ग+कोटिज्या वर्ग=कर्ण वर्ग ह्या सूत्राप्रमाणे] साधावी. नंतर ६० अंशाची काढावयाची: समभुज त्रिकोणाचा कोणताहि कोन ६० अंशांचा असतो; म्हणून त्याच्या शिरकोणापासून तलवेवेर लंबव काढिला असता त्याची उंची वरील सूत्राप्रमाणे $\frac{\sqrt{३}}{२}$ असते. म्हणून ६० अंशाची दोर्ज्या $\frac{\sqrt{३}}{२}$ च येते. नंतर ३० अंशाची भुजज्या $\frac{३}{४}$ इतकी होते. ह्याप्रमाणे ३०° , ४५° , ६०° , अंशांच्या भुजज्या साधल्या नंतर ३० ची निमे १५ ; १५ निमे $७\frac{१}{२}$ आणि $७\frac{१}{२}$ निमे $३\frac{१}{४}$ अंश, ह्याप्रमाणे पडिले ज्या-चाप-खण्ड तयार झाले. त्याची भुजज्या साधण्याकरिता दुप्पट कोनाच्या भुज-कोटिज्येपासून निम्या कोनाची भुज-कोटिज्या साधण्याचे सूत्र आहे ते असे:—

$\sin A = \frac{1}{2} \sqrt{(1 + \sin 2A) - (1 - \sin 2A)}$ ह्या सूत्राप्रमाणे कमानें भुजज्या किंवा दोर्ज्या तयार कराव्या. वरील सूत्रानुसार $३॥$, $७॥$, १५ , ३० , ४५ , ६० , ७५ इतक्या अंशांच्या दोर्ज्या म्हणजे भुजज्या सिद्ध झाल्यावर त्याच श्लोक ३० प्रमाणे ८६ अंश, $८२॥$, ७५ , ६० , ४५ , ३० आणि १५ ह्या अंशांच्या कोटिज्या होतील कारण हे परस्पर पूरक कोन आहेत; मग ११ अंशांची दोर्ज्या $\sin 8A = 3 \sin A - 4 \sin 3A$ ह्या सूत्राप्रमाणे; आणि $१८॥$ अंशांची आणि त्या पुढील सर्व भुजज्या आणि कोटिज्या $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$ ह्या समीकरणाप्रमाणे तयार होतात. ह्यावरून त्रिकोन मितिची सर्व महत्त्वाची समीकरणे सिद्धान्तकारांना उत्तम रीतीने अवगत होती असे निश्चित ठरते. टॉलेमी (Ptolemy) ह्या ग्रीक विद्वानास भुजज्या माहित नव्हत्या. अर्थात् त्यांचा उपयोग करणे तर दूरच. सिद्धान्तांतील सर्व सूत्रे एकत्र जेल्यास भारतीय त्रिकोण मिति तयार होईल यात संशय नाही.

एका कोनाची जी भुजज्या तीच त्याच्या पूरक कोनाची कोटिज्या असते. म्हणून दोर्ज्यांचे कोट्यक तयार झाले की, कोटिज्यांचे आपोआपच तयार होते.

श्लोक १५१६ प्रमाणे पडिले भुजज्या खंड $३॥$ अंशांचे, आणि त्यानंतरचे प्रत्येक

खण्डगतखण्डपेक्षां ३॥ अंशानीं अधिक, द्वाप्रमाणे ९० अंशांची २४ भुजज्या-खण्डाची आणि श्लोक ३० प्रमाणे कोटिज्या खण्डाची रचना झाल्यावर. अन्तररूप म्हणजे दोन भुजज्या खण्डामधील अंशांची भुजज्या कशी आणावी त्याची रीति श्लोक ३१ व्हात आहे. ती रीति त्रैराशिकाची आहे.

(१५, १६ श्लोकांचें भाषान्तर.)

(श्लो. १५) एका राशिच्या जितक्या “कला” होतात त्यांचा जो आठवा हिस्सा तो भुजज्येच्या कोष्टकांतील पहिला ‘खण्ड’ किंवा विभाग होय. “ज्ये” चें अर्ध म्हणजेच “ज्यार्ध” अथवा भुजज्या. [द्वाप्रमाणे पहिला विभाग ३॥ अंशांचा, दुसरा विभाग (३॥ + ३॥ = ७॥ अंशांचा;) तिसरा विभाग (३॥ + ३॥ + ३॥ =) ११ अंशांचा, चौथा १५ अंशांचा द्वा प्रमाणे ९० अंशांचे २४ विभाग करून त्या प्रत्येक विभागाची “ज्या” म्हणजे भुजज्या काढलेली असते.] अर्थात पहिल्या ३॥ अंशांच्या विभागाची “ज्या” ($\frac{१८००}{२४} =$) २२५ कला इतकी असते. दुसऱ्या विभागाची “ज्या” काढायचाची म्हणजे पहिल्या “भुजज्या” खण्डाला २२५ नीं भागून जो भागाकार येईल तो पहिल्या खण्डातून उणा केला असता जी बाकी राहते तितक्या कला, हें पहिल्या आणि दुसऱ्या भुजज्या खण्डातील अन्तर असतें; म्हणून तें अन्तर पहिल्या ज्याखण्डात मिळविलें म्हणजे दुसरें “ज्याखण्ड” तयार होतें. १५

(श्लोक १६) जितक्या अंश कलांची भुजज्या पाहिजे असेल त्याच्या कला राशीला २२५ कलांनीं भागावें-भागाकार येईल तितकी (अंश) खण्डें “गत” समजावी; नंतर इष्ट कला राशीतून “गत” खण्डाच्या कला बजा करून अन्तर आणावें (हें गतान्तर होय). किंवा “गम्य” म्हणजे पुढील अंश खण्डाच्या कलातून इष्ट कला राशि बजा करून अन्तर आणावें हें गम्यान्तर होय. नंतर “गत”—किंवा “गम्य” ह्यांच्या अंतरातून भुजज्या सं. अंतराला गुणून २२५ कलांनीं भागावें म्हणजे इष्ट भुजज्यान्तर येईल.

स्पष्टीकरण:—२२५ अन्तराला: भुजज्यान्तर: : इष्ट अन्तराला किती ? द्वाप्रमाणे हें सावें त्रैराशिक आहे.

नंतर गतान्तराचें त्रैराशिक असेल तर उत्तर—कला गत—खण्डाच्या भुजज्येत मिळवाव्या म्हणजे इष्ट अंश कलांची भुजज्या येते. द्वाप्रमाणे भुजज्यानयन पद्धति सांगितली. आतां उत्क्रमज्या सांगतो:—

(श्लोकार्ध २२) त्रिज्येतून (म्हणजे ३४३८) व्हातून इष्ट अंशांची कोटिज्या बजा केली म्हणजे बाकी राहील ती उत्क्रमज्या होते. द्वाप्रमाणे भुजज्या, कोटिज्या, आणि उत्क्रमज्या ह्यांची रीति सांगितली.

स्पष्टीकरण:—उत्क्रमज्येला इंग्रजीत (versed sine) म्हणतात; भुजज्या (sine) कोटिज्या (Co-sine) ह्यांची पद्धतशीर सूक्ष्म कोष्टके तयार करून ठेवावी. आपल्या सिद्धान्तामध्ये “स्पर्शरेषा” हें परिमाण स्वतंत्र असं स्वीकारलेलें नाहीं. भुजज्येला कोटिज्येनें मागिलें असतां भागाकार येतो ती स्पर्शरेषा होते. स्पर्शरेषेला इंग्लिशमध्ये Tangent

म्हणतात, आणि कोटिज्या ÷ भुजज्या ह्या उलट परिमाणाचा "को. स्पर्श" Co-tangent म्हणतात. भुजज्या, कोटिज्या, आणि स्पर्शेशा ह्या तीन परिमाणांचीच कोष्टकें फार अवश्य म्हणून त्यांची रचना कशी करावी तें १५, १६, २०, २१ ह्या श्लोकांत सांगितले आहे.) ।

(श्लोक १६) ह्या प्रमाणें पहिलें ज्यार्थ २२५' (कला) ह्यांनी गत-ज्यार्ध-कलांना मागून जो भागाकार येईल, तो त्या गत-ज्यार्धाच्या अन्तरांत बजा करून जी बाकी राहील ती गत-ज्यार्धकलामध्ये मिळवावी म्हणजे त्या पुढील ज्यार्ध निष्पन्न होतें.

स्पष्टीकरण:—ह्याची सयुक्तिक उपपत्ति पाश्चात्य ग्रंथकार देत नाहीत. त्यांनी उडवा उडवीच केली आहे. बरील श्लोकांतील नियमांची उपपत्ति आम्ही वर दिलीच आहे, परंतु १५, १६ श्लोकांतील नियम इंग्लिश पद्धतिप्रमाणें मांडला पाहिजे तो असा:—

$$\sin (n+1 \cdot 225) - \sin (n \cdot 225) = \sin (n \cdot 225) - \sin (n-1 \cdot 225) - \sin \frac{n \cdot 225}{225}$$

म्हणून रीति अशी बसली की:—

कोणत्याही दोन लगतच्या भुजज्या खण्डांतील अन्तरातें, त्यांपैकी दुसऱ्या भुजज्येला भागावें, आणि जो भागाकार येईल तितक्या कला पूर्वीच्या अन्तरातून बजा कराव्या म्हणजे दुसऱ्या भुजज्येच्या पुढील (तिसऱ्या) भुजज्येचें अन्तर सिद्ध झालें. हें त्या दुसऱ्या भुजज्येत मिळविले म्हणजे पुढील तिसरी भुजज्या तयार झाली. हाच क्रम शेवटपर्यंत आहे.

उदाहरणार्थ:—शून्यास भुजज्या ० आणि पहिलें खण्ड २२५' ह्या लगतच्या दोन भुजज्यांचें अन्तर २२५' कला आहे. म्हणून २२५' + २२५ भागाकार १', २२५' - १' = २२४' हें अन्तर; म्हणून २२५ + २२४ = ४४९' ही दुसऱ्या विभागाची म्हणजे ७॥ अंशाची भुजज्या झाली. पुनः ४४९' ÷ २२४ (मागील अंतर) = २ भागाकार आणि २२४ - २' = २२२ हें नवीन अंतर म्हणून २२२ + ४४९' = ६७१' कला हें तिसरें खण्ड. पुनः ६७१ ÷ २२२ = ३; २२२ - ३ = २१९ हें अंतर + ६७१' = ८९०' ह्याप्रमाणें २४ खण्डांच्या भुजज्या तयार कराव्या.

स्पष्टीकरण:—कोणत्याही काटकोनाचे टोंक मध्यकल्पून एक वर्तुळ काढले असता त्या वर्तुळाचा ३ तुकडा त्या काटकोनांत समाविष्ट होईल. ह्या चतुर्थांश-परिघांत कोठेंहि एक बिन्दू घेऊन तो बिन्दू आणि काटकोनबिन्दू हे सरळ सरळ रेंपेने जोडावे आणि तेथून काटकोन रेषावर उंब काढावे म्हणजे भुजज्या, कोटिज्या कोणत्या तें समजेल.

* तत्वाश्विनोद्भवा-ग्विधकृता, रूपभूमिधरर्तवः ॥

साङ्काटी पञ्चशून्येशो बाणरूपगुणेन्दवः ॥ १७ ॥

• याचें कोष्टक पुढे दिलें आहे.

६. सि....६

शून्यलोचनपञ्चैकास्त्रिद्ररूपमुनीन्दवः ॥
 वियच्चन्द्राति-धृतयो गुणरन्ध्राम्भराश्विनः ॥ १८ ॥
 मुनिपदयमनेत्राणि चन्द्राग्नि-कृतदसकाः ॥
 पञ्चाष्ट-विषयाक्षीणि कुञ्जराश्वि-नगाश्विनः ॥ १९ ॥
 रन्ध्रपञ्चाष्टकयमा वस्वद्वयङ्क-यमास्तथा ॥
 कृताष्टशून्यज्वलना नगाद्रिशशिवन्हयः ॥ २० ॥
 पदपञ्चलोचनगुणाश्वन्द्रनेत्राश्विहयः ॥
 यमाद्रिवह्निज्वलना रन्ध्रशून्यार्णवाग्नयः ॥ २१ ॥
 रूपाग्निसागरगुणावस्वमिकृतवह्नयः ॥
 प्रोज्झ्योत्क्रमेणन्यासाधार्दित्कमज्यार्धपिण्डकाः ॥ २२ ॥
 मुनयो रन्ध्रयमला रसपदकामुनीश्वराः ॥
 व्यष्टैका रूपपद्दस्ताः सागरार्थहुताशनाः ॥ २३ ॥
 खर्तुपेदा नवाश्वर्था दिङ्मनगास्त्र्यर्थाकुञ्जराः ॥
 नगाम्भराविषचन्द्रा रूपभूचरशङ्कराः ॥ २४ ॥
 शरार्णव-हुताशका भुजङ्गाक्षिशरेंदवः ॥
 नवरूपमहीध्रेका गजैकाङ्कनिशाकराः ॥ २५ ॥
 गुणाश्विरूपनेत्राणि पावकाग्निगुणाश्विनः ॥
 वस्वर्णवार्थयमलास्तुरङ्गर्तुनगाश्विनः ॥ २६ ॥
 नवाष्टनवनेत्राणि पावकैकयमाग्नयः ॥
 गजाग्निसागरगुणा उत्क्रमज्यार्धपिण्डकाः ॥ २७ ॥
 गताद्भुलज्या विपमे गम्यात्कोटिः पदेभवैत् ॥
 युग्मेतुगम्याद्भाहुज्यात्कोटिज्यातुगताद्भवेत् ॥ २८ ॥
 + लिप्तास्तत्रयुग्मैर्भक्तालब्धज्यापिण्डकंगतम् ॥
 गतगम्यान्त्रायस्तं विभजेत्तत्त्वलोचनैः ॥ २९ ॥
 तदवामफलंयोज्यंज्यापिण्डेगतसञ्ज्ञके ॥
 स्यात्क्रमज्याविधिरयमुत्क्रमज्यास्वापिस्मृत ॥ ३० ॥

+ ह्याचें मापान्तर त्रिषयानुरोधानें पृष्ठ ४० मध्ये श्लोक १५ ह्याच्या मापान्तरापुढें आलें आहे त्यात ज्या खण्डान्तरित भुजज्या काढण्याची रीति दिली आहे तीच उक्ताये-सहि लागू आहे.

पूर्वी अशादि चापा (arc) पासून अथवा धनुपासून दोर्ज्या (sine) करी काढावी हें सांगितलें आता दोर्ज्यापासून त्या दोर्ज्याचें धनु (arc) कसे काढावें हें सांगतात. ती पद्धति साध्या त्रैशिकाचीच आहे.

ज्यां प्रोज्झ्यशेषंतत्त्वाश्चिहंततद्विवरोष्टतम् ॥

सङ्ख्यातत्त्वाश्चिसंवर्गे संयोज्य धनुरुच्यते ॥ ३३ ॥

जी दोर्ज्या दिली असेल तिच्यामध्ये जितकी ज्या-खण्डे वजा जात असतील तितकी करावी [म्हणजे दोर्ज्या खण्डाचे कोष्टक पाहून इष्ट दोर्ज्येपेक्षा कमी दोर्ज्या कोणती आणि जास्त कोणती ते पाहून तीं चापे माडून ठेवानीं] नंतर कमी दोर्ज्या (१) इष्ट दोर्ज्येतून वजा करून किंवा इष्ट दोर्ज्या अधिक (२) दोर्ज्येतून वजा करून बाकी राहिल तिला २२५' ह्या चाप खण्डाने गुणावे आणि (कमी आणि जास्त) दोर्ज्या-खण्डातील अन्तराने भागावे, त्याचे उत्तर कलादि येईल, ते इष्ट दोर्ज्या अधिक असल्यास कमी असलेल्या चाप खण्डांत मिळवावे (उलट पक्षां) पुढील चाप खण्डातून वजा करावे म्हणजे इष्ट धनु येईल.

स्पष्टीकरणः—प्रत्येक चाप-खण्ड २२५' कलाचे मानल्याने दोन दोर्ज्या खण्डांतील अन्तराला जर २२५' चाप खण्ड तर इच्छित अन्तराला किती !

ह्याप्रमाणे त्रैराशिक माडल्यावर

इच्छित दोर्ज्यान्तर \times २२५ - दोर्ज्या खण्डातील अन्तर

अशी रीति निष्पन्न झाली

पूर्वी श्लोक २७ चे भाषान्तर दिले व त्यानंतर २८।२९ हे श्लोक तेथे सदर्म एकदम बदलतो म्हणून सोडून त्रिकोणाचा विषय साधारणतः पुरा केला तेव्हा आतां श्लोक २८।२९ हे वेळ २८ श्लोकांमध्ये सूर्याची क्रान्ति इच्छित दिवसाची कशी ठरवावी ते सांगतात -

परमापक्रमज्या तु सप्तर्न्ध्रगुणेन्दवः ॥

तद्गुणा ज्या त्रिजीवास्ता तच्चापं क्रान्तिरुच्यते ॥ २८ ॥

ग्रहं संशोध्यमन्दोचात्तयाशीघ्राद्विशोध्यच ॥

शेषकेन्द्रपदं तस्मात् भुजज्या कोटिरेवच ॥ २९ ॥

सूर्याची परमक्रान्ति (हा ० ज्यास्तीत ज्यास्त क्रान्ति) २४ अंश असल्याने तिची दोर्ज्या १३९७ कला होते. म्हणून रविमोघाच्या दोर्ज्येला परमक्रान्तिज्येने (१३९७ कलानीं) गुणन त्रिज्येने भागावे म्हणजे इष्टक्रान्तिची दोर्ज्या येईल, तिचे धनु (arc) कराने तीच इष्ट क्रान्ति होते.

स्पष्टीकरणः—आकाशातील विषुववृत्तापासून दक्षिणेकडे किंवा उत्तरेकडे स्पष्ट सूर्यापर्यंतचे जे लम्बचापात्मक अन्तर ती क्रान्ति सूर्य हा वर्षांतोळ दोन दिवस खेरीज करून बाकीचे ३६३ दिवस विषुववृत्ताच्या उत्तरेस सहा महिने, आणि नंतर दक्षिणेस सहा महिने ह्याप्रमाणे असतो (मार्च २०।२१ आणि सप्टबर २२।२३ ह्या दिवसाचे सुमारास मात्र एकेकच दिवस तो विषुववृत्तावर येतो म्हणून त्या दिवशीं मात्र क्रान्तिशून्य होते नंतर तो उत्तरेस किंवा दक्षिणेस गेला म्हणजे सूर्यापासून विषुवापर्यंत चापरूपाने लम्ब काढावा. ह्या लम्बा-

च्या अनुसंधाने विषुवापासून सूर्यार्पणतक जे अंशात्मक अन्तरः तीच स्पष्टक्रान्ति ता. २२ जून आणि २२ डिसे. चे सुमारास सूर्य ज्यास्तीत ज्यास्त उत्तरेस किंवा दक्षिणेस असतो हिचा परम क्रान्ति म्हणतात. प्राचीन काळां परम क्रान्ति जवळ जवळ २४° अंश होती. हल्लीं फक्त २३ अंश २७' कला आहे. म्हणून परम क्रान्ति आतां तितकीच मानली पाहिजे. ह्या लोकांतहि इष्ट क्रान्ति-साधनासाठीं त्रैराशिकाचाच उपयोग केला आहे तो असाः—त्रिज्येइतक्या अंतरास : जर परम क्रान्तिची दोर्ज्या : : तर इष्ट अंशाना किती? त्यामुळे, परम क्रान्तिज्या \times इष्ट भोग—दोर्ज्या \div त्रिज्या अशी उपपत्ति सिद्ध झाली.

आतां मध्यम ग्रहापासून स्पष्ट ग्रह करण्याची पद्धति सांगतात; त्याला स्पष्ट ग्रह साधन म्हणतात, त्याकरितां काही प्रास्ताविक माहिती सांगणे अवश्य आहे. वस्तुतः पृथ्वी सूर्योभोवती फिरत असतां हि व्याप्रमाणे सूर्यच पृथ्वी भोवती फिरतो असे आपण सोईकरितां समजतो व प्रत्यक्ष भासहि तसाच होतो; व्याप्रमाणे धुध, शुक्र हे पृथ्वी व सूर्य ह्यांच्यामध्यें असणारे (म्हणून अन्तर्वर्ती) ग्रह; आणि मंगळ, गुरू, शनि, युरेनस (वरील) नेपच्यून इत्यादि बहिर्वर्ती ग्रह हे सुद्धा वास्तविक सूर्योभोवती फिरतात, असे असूनहि ते आपल्या पृथ्वीभोवतीच फिरत आहेत असा आपल्यास भास होतो. म्हणून आपल्या इकडे आणि त्याचप्रमाणे आधुनिक पाश्चात्य पद्धतीतहि ह्या सूर्यानुवर्ती ग्रहांची दोन स्थाने सांगण्याचा प्रघात आहे. पहिलें रविमध्यानुवर्ती (Heliocentric) म्हणजे सूर्यावरून पाहणारास जेथें ग्रह दिसेल ते स्थान; आणि दुसरे पृथ्वीवरून जेथें ग्रह प्रत्यक्ष दिसेल तेच स्थान. ह्याला ग्रहाचे भूमध्यानुवर्ती (Geocentric) किंवा स्पष्ट स्थान म्हणतात. म्हणून ग्रह स्पष्टीकरणाचें गणित दोन प्रकारचें असतें. रविमध्यानुवर्ती स्थानाला आपल्या प्राचीन ग्रंथांत मन्द-स्पष्ट-स्थान म्हटलें आहे. मन्द-स्पष्ट म्हणजे रवि मध्यस्थान. दुसऱ्या प्रकारच्या गणिताला स्पष्ट ग्रहगणित म्हणतात. अर्थात् आपल्या ग्रंथकारांनीं ग्रहाच्या फिरण्याच्या मार्गाला रविमध्य, आणि भूमध्य गणिताची जी पुस्तंती जोडली आहे तिचें स्पष्टीकरण करूं. ही पुस्तंती पाश्चात्य गणितांतहि आहेच. फरक इतकाच की, आपलें ग्रंथकार ग्रहकक्षा वर्तुलाकार मानतात, आणि पाश्चात्य दीर्घवर्तुलाकार मानतात. तथापि फलामध्यें अगदींच थोडा फरक आहे. ह्याचें मुख्य कारण आधुनिक वेद्याप्रमाणें परम रवि मन्दफल १° ५५' आहे तें आपल्या ग्रंथांत २° १०' म्हणजे सुमारे १५' फलांनीं ज्यास्त मानलें आहे; प्राचीन ग्रंथांत सांगितलेल्या इतकें तें पूर्वी होतें हें मात्र खरें. त्यामुळे सिद्धान्तकारांना दोष देणें योग्य नाहीं व शक्यहि नाहीं. १° ५५' अंश किंवा प्राचीन मताप्रमाणें २° १०' ह्याला परम मन्दफल म्हणतात. हें चापात्मक आहे म्हणून ह्याला दोर्ज्या (Sine) असावयाचीच.

सर्व ग्रह सूर्योभोवती फिरतात, परंतु सूर्यच पृथ्वीभोवती फिरतो असे क्षणभर मानलें पाहिजे. सूर्याची नक्षत्र प्रदक्षिणा ३६५ दिवस १५ घटि २३ पळे इतक्या काळांत पूर्ण होते. असें जरी आपण म्हटलें, तरी कोणत्याहि पद्धतीचें पंचांग पाहिलें असतां अधिन्या-रमापासून रेवत्यांतपर्यंतची रवि प्रदक्षिणा इतक्याच अवधिमध्यें पूर्ण होतें असें मात्र

नाहीं. कारण ज्योतिषशास्त्रांत प्रत्यक्ष-वेधानुरोधाअन्वये आधारलेल्या नियमानें जेवढी निश्चितता येते तेवढीच खरी. तुमच्या मध्यम मानाळा प्रत्यक्ष सूर्य नेहमीं विचारीलच असें नाहीं. मध्यम मान हें गणिताला आवश्यक आहे, अशाच दृष्टीनें मानावयाचें; मध्यममानाळा दृक्प्रत्यय नाहीं. कारण मध्यममान म्हणजे संपन्नास वर्षांच्या प्रत्यक्ष अनुभवाची सरासरी आहे.

प्रत्येक ग्रहाच्या नाक्षत्रप्रदक्षिणेचा काल मध्यम मानानें जो निश्चित केलेला आहे, त्यालाच प्रदक्षिणा काल (Periodic Time) म्हणतात; त्या प्रदक्षिणा कालाला अनुसरून इष्ट दिवसाच्या इष्ट वेळेचा मध्यम ग्रह त्रैराशिकानें काढला तर त्याचें जें मध्यम मानाचें स्थान असेल. तेथे तो आकाशांत दिसेलच असें मात्र नाहीं. कारण मध्यम मान हें सरासरीचें मान आहे. गणिताचें नव्हें. दररोज किंवा शक्य तितक्या वरचेवर ग्रहाचा वेध घेऊन त्याचें प्रत्यक्ष स्थान आणि वेधाचा समय असें टांचण अनेक ज्योतिषी ठेवतात. आणि खऱ्या ज्योतिषप्रेमी विद्वानांनं तें ठेविलें पाहिजे. मध्यम ग्रहाची दैनिक गति ही सरासरीनेंच ठरली असल्यानें नेहमीं कायम असते. परंतु स्पष्ट म्हणजे प्रत्यक्ष ग्रहाची गति कांहीं दिवस (किंवा महिनें) सतत वाढती, आणि कांहीं दिवस (किंवा महिनें) सतत घटती, अशी असल्यानें प्रतिदिवशी भिन्न असते. कांहीं थोडें दिवस तर तिच्यांत अगदीं अल्प वाढ किंवा घट होत असते. ह्यामुळे निरीक्षण करणाऱ्या ज्योतिष्यांच्या प्रत्यक्ष अनुभवाच्या टांचणावरून प्रत्येक ग्रहाची अत्यंत मन्द गति आणि अत्यंत शीघ्र गति ह्यांच्यामुळे, मध्यम गतिनें आणि प्रत्यक्ष गतिनें येणाऱ्या त्यांच्या स्थानांत ज्यास्तीच ज्यास्त फरक किती अंश-कला पडतो त्याचा आंकडा निश्चित झाला आहे. हा आंकडा रवि मध्य मानून सिद्ध केला म्हणजे त्याला परम मन्दफल म्हणतात, आणि भूमध्य मानून तसा दुसरा एक आंकडा सिद्ध केला म्हणजे त्याला परम शीघ्र फल म्हणतात.

ह्या दोन्ही फलाचे आकडे भिन्न आहेत; आणि त्या फळांचें कार्यहि भिन्न आहे, मात्र आकडे सिद्ध करण्याची रीति जवळजवळ एकच. परम मन्द फल, आणि परम शीघ्र फल ह्यांचे आंकडे पुढें ३४।३५।३६।३७ ह्या श्लोकांत सांगितले आहेत. चंद्र ह्या पृथ्वी-भोवती आणि पृथ्वी ही रवि भोवती फिरत असल्यानें चंद्र आणि रवि ह्यांच्या स्पष्टीकरणाला शीघ्र फलाची जरूर नाहीं. कारण तेथें रवि मध्य, मूमध्य असा भेद नाहीं. परम मन्दफल आणि शीघ्रफल ह्यांचे अंश चाप—(Arc)—रूप असल्यानें त्यांची दोर्ज्या करून तिला अनुसरून सिद्धांतकारांनीं गणितासाठीं मंद फलावरून येणारे वर्तुळ आणि दुसरे शीघ्र फलावरून येणारे वर्तुळ अशी दोन वर्तुळे कल्पिली, आणि त्यांना मन्दपरिधि, आणि शीघ्रपरिधि अशीं नावे दिलीं. मन्द फल पद्धतिच्या गणितांत व तसेंच “ शीघ्र ” फल गणितांतहि दोन विन्दूस्थानें उद्भवतात. त्यांना अनुक्रमें मन्दोच्च आणि शीघ्रोच्च म्हणतात.

परंतु यास्तविक दृक् प्रत्ययास येणारी आणि वेधामध्ये प्रत्यक्ष अनुभवास येणारी उच्चें मन्द फल पद्धतीतच आहेत. त्यांना इंग्रजीमध्ये Aphelion, व Perihelion, किंवा Apogee, आणि Perigee अशीं नावे आहेत. मन्दोचाच्या स्थानी मंदफल शून्य असते म्हणून मन्द फल व शीघ्र फल ही ज्याप्रमाणे कमी ज्यास्त असतील त्याप्रमाणे त्यावरून येणारे परिधिहि कमज्यास्त येतील त्यांसच स्फुट परिधि म्हणतात.

ह्याप्रमाणे मध्यम प्रदक्षिणा काल, मध्यम ग्रह, स्पष्ट ग्रह, मन्द-फल, परम-मन्द-फल, शीघ्र-फल, मन्द परिधि, शीघ्र परिधि, आणि स्फुट-परिधि ह्या संज्ञांच्या अर्थांचे सामान्यतः स्पष्टीकरण झाले.

(श्लोक २९) मंगल, गुरु, शनि हे मध्यम ग्रह मन्दोचाच्या अंशातून वजा करावे, आणि बुध, शुक्र हे शीघ्रोचाच्या अंशातून वजा करावे. म्हणजे जी बाकी राहिल तिला केन्द्र ही संज्ञा प्राप्त होते. मन्द केन्द्राची दोर्ज्या (Sine) आणि तशीच कोटिज्या (Co-Sine) ही काढून ठेवावी.

स्पष्टीकरण:—मागे श्लोक १५।१६ ह्याचे स्पष्टीकरण केले तेव्हां सांगितलेच आहे की, वर्तुळाचे व्यास—रेषांनी समान चार भाग केले असता वर्तुळाच्या प्रत्येक चतुर्थांश परिधामध्ये ९० अंश असतात आणि त्याच्या सीमारूप त्रिज्याच्या रेषामुळे वर्तुळ मध्याच्या ठिकाणी काटकोन होतो; ह्या परिध चतुर्थांशाचा काटकोन-परिधांश म्हणतात. किंवा इंग्रजीमध्ये Quadrant असे म्हणतात. प्राचीन सिद्धांतांत ह्यांना “पद” असे नांव आहे.

कोणत्याहि कोनाची दोर्ज्या त्याच्या पूरक कोनाच्या कोटिज्येशी समान असते. त्यामुळे—(श्लोक ३०) पहिल्या पदातील (सं० Quadrant मधील) परिधांशाची जी दोर्ज्या तिचेंच जें चाप त्याला “भुज” असे नांव आहे.

[म्हणून वर्तुळ विभाग किंवा चाप याचे अंश ९०पेक्षां कमी असल्यास तोच भुज होतो हा नियम ठरला. हा नियमहि फार महत्त्वाचा आहे]

दुसऱ्या पदामध्ये (म्ह० Quadrant मध्ये) परिधिविभाग अर्थात्च (पहिला विभाग धरून) ९० अंशापेक्षा जास्त असतो. त्यामुळे त्याची दोर्ज्या, आणि १८०—परिध-विभाग ह्यांची (वजावाट होऊन जो परिधभाग गम्य म्हणजे शिष्टक राहते त्याची) दोर्ज्या ह्या अगदी सारख्या असतात. ह्यामुळे दुसरा नियम असा ठरला की, द्वितीय पदामध्ये १८० उगे गतविभाग=गम्य (शिष्टक) भाग तोच भुज, आणि त्याची भुजज्या ती दोर्ज्या. आतां तिसऱ्या पदामध्ये (Quadrant मध्ये) दोर्ज्या “गत” भागापासून साधावयाची; म्हणून इष्ट परिधातून १८० वजा करून “भुज” सिद्ध करितात. आणि चौथ्या पदामध्ये (Quadrant मध्ये) पुनः दुसऱ्या पदाप्रमाणे गम्य (३६०—परिधांश) हा भुज “भुज” होतो.

कोटिज्येचा प्रकार ह्याच्या उलट आहे. तेथे १ ले, व ३ रे ह्या पदामध्ये गम्य म्हणजे शिष्टक जो भाग (अर्थात् ९०—परिधांश किंवा परिधांश-१८०) त्या पासून

कोटिज्या आणतात. आणि २ रे व ४ ये ह्यात गत म्हणजे प्रत्यक्ष परिधाशाचा जो भाग त्यापासून कोटिज्या आणतात.

श्लोक ३४-३७ आतां मन्दफल आणण्यासाठीं मन्दपरिधि सांगतात.

स्वेर्मन्दपरिध्यंशा मनवः शीतगो रदाः ॥

युग्मान्ते विपमान्वेच नखलिसोनितास्तयोः ॥ ३४ ॥

सम अथवा युग्मपदामध्ये रविचे परिधाश १४; व चन्द्राचे ३२; आणि विपमपदामध्ये रविचे १३° ४०' इतके आणि चन्द्राचे ३१° ४०'.

स्पष्टीकरणः—परम मन्दफल हे घर लिहिल्याप्रमाणे वेधानें ठरविलेले असतें त्यामुळे निरनिराळ्या आचार्यांच्या प्रयात मन्दपरिध्यंशात केव्हां केव्हां थोडा फरक आढळतो. परम मन्दफलांच्या किंवा परम शीघ्रफलांच्या दोज्येंस अन्त्यफलज्या म्हणतात.

रविचा किंवा चन्द्राचा केन्द्रमोग ९० अशा झाला म्हणजे त्या सुमारास त्याचें मन्दफल अत्यंतिक म्हणजे परममन्द—फलाइतकें होतें. अन्त्यफलज्येस ३६० नें गुणून त्रिज्येनें भागिलें म्हणजे परिध्यंश निष्पन्न होतात.

युग्मान्तेऽर्थाद्वयः खात्रीसुराः स्वर्गानवार्णवाः ॥

ओजे जगावसुयमारदारुद्रा गजाब्धयाः ॥ ३५ ॥

समपदान्ती बुध, शुक्र ह्यांचें मन्दपरिध्यंश अनुक्रमें ३०, आणि १२ अशा, आणि विपमपदान्ती २८ आणि ११ आहेत. त्याच प्रमाणें मंगळ, गुरू व शनि यांचें परिध्यंश समपदान्ती ७५, ३३, आणि ४९; आणि विपमपदान्ती ७२, ३२ आणि ४८ असे आहेत.

आतां शीघ्रपरिध्यंश सांगतात.

कुजादीनामतः शैध्व्यायुग्मान्तेऽर्थाभिदत्तकाः ॥

गुणाग्रिचन्द्राः खनगाद्विरसाधीणिगोऽग्नयः ॥ ३६ ॥

ओजान्ते द्वित्रियमला द्विविधे यमपर्वताः ॥

खर्जुदत्ता वियद्वेदाः शीघ्रकर्मणि कीर्तिताः ॥ ३७ ॥

बुधादि पंच ग्रहांचें शीघ्रपरिध्यंश समपदान्ती बुध १३३, शुक्र २६२, (मंगळ) २३५, गुरू ७०, शनि ३९, ह्याप्रमाणें आणि विपमपदान्ती अनुक्रमें बु. १३२, श्रु. २६०, मंगळ २३२, गु. ७२ आणि शनि ४० ह्याप्रमाणें परिध्यंश आहेत.

स्पष्टीकरण.—हे परिध्यंश त्रिज्ये इतक्या केन्द्र—भोगाचे आहेत. ग्रहाच्या केन्द्राचा भोग त्या पक्षा कमी असल्यास त्रैराशिकानें इष्ट भोगाचे परिध्यंश आणले पाहिजेत.

आतां विपम आणि सम पदातील परिध्यंशांत जी भिन्नता आहे ती काढून टाकण्याची म्हणजे परिध्यंश स्पुट करण्याची रीति सांगतातः—

ओजयुग्मान्तरगुणा भुजज्या त्रिज्ययोद्धता : ॥

युग्मवृत्ते घनर्णस्यादोजादूनाधिके स्फुटम् ॥ ३८ ॥

श्लोक ३८ इष्ट केंद्रांशांच्या भुजज्येला दोन्ही प्रकारच्या परिध्यंशांच्या अंतरानें गुणावें आणि त्रिज्येनें मागावें. मागाकाराचें रूपानें जें फल (ज्याला वग्वि म्हणतात तें) येईल त्याचा परिध्यंशाना संस्कार करावा; म्हणजे विषमपेक्षा समपरिध्यंश कमी असतील तर तो कमी बाजूंत (समपरिधीत) मिळवावा, आणि विषम परिधि जर कमी असेल तर ज्यास्त बाजूंतून (म्हणजे समपरिध्यंशातूनच) घेऊ करावा.

स्पष्टीकरण:—ह्यांत तत्त्व हे आहे कां जो परिधि ज्यास्त असेल तो प्रमाणानें कमी करावयाचा, अथवा कमी असेल तो प्रमाणानेंच ज्यास्त करून समता आणावयाची, परंतु हे करण्याची रीति त्रैराशिकाचीच आहे, ती अशी:—

त्रिज्येस : जसें अमुक परिध्यंतर :: तसें इष्ट केंद्रज्येस किती : येईल तें फल.

म्हणून परिध्यंशान्तर \times केंद्रज्या \div त्रिज्या. ही रीति निष्पन्न झाली.

ज्यास्तित ज्यास्ती जें मन्दफल किंवा शीघ्रफल त्याच्या अंशांची जी दोग्यी तिला अन्त्य फलज्या म्हणतात हें वर सांगितलेंच आहे. आपल्या सिद्धान्तामध्ये ग्रहकक्षा वर्तुळाकार मानल्या आहेत. परंतु स्वकक्षेमध्येहि ग्रहाची गति सर्वदा सारखी नसते. हा सिद्धान्त आपल्या शास्त्रज्ञांनी स्वीकारल्या कारणानें कक्षा दीर्घवर्तुळाकार मानल्या प्रमाणेच झालें. आधुनिक पाश्चात्य ज्योतिष्यांनी ग्रहकक्षा दीर्घवर्तुळाकार ठरविल्यामुळे त्यांना ग्रहगति कमीज्यास्त मानणें प्राप्तच झालें. आमच्या सिद्धान्तकारांनी ग्रहगतिच मुळांत कमज्यास्त मानल्या त्यामुळे उभयतांभ्या फलात तत्त्वतः भिन्नता उरली नाही. किंचित् जी भिन्नता आहे तिचें, सिद्धान्तिक मन्दफले आणि आधुनिक मन्दफले ह्यांतच थोडा फरक आहे हें एक कारण, आणि दुसरे कारण आधुनिक गणितांवील क्रमसन्निकर्ष पद्धति हें होय.

आतां मन्दफल काढावयाचें तें असें:—

तद्गुणेभुजकोटिज्येभगणांशविभाजिते ॥

तद्भुजज्याफलघनुर्मान्दलिप्तादिकफलम् ॥ ३९ ॥

केंद्राची भुजज्या आणि कोटिज्या ह्यांना स्फुटपरिध्यंशांनीं अनुक्रमानें गुणावें आणि प्रत्येक गुणाकारास ३६० अंशांनीं मागावें म्हणजे भुजज्येपासून भुजफल आणि कोटिज्येपासून कोटिफल निघते. त्यापैकी भुजफलासच मन्दफल म्हणतात.

स्पष्टीकरण:— ३६०° : जसें स्फुटपरिध्यंशाना :: तसें केंद्रज्येला : भुजफल म्हणून स्वपरिध्यंश \times केंद्रभुजज्या \div ३६० = भुजफल हें उत्तर आलें. परमफलज्या म्हणजे अन्त्यफलज्या आणि त्रिज्या ह्यांचा जो संबंध तोच इष्टपरिधि आणि ३६०

अंश ह्यांचा असल्याने स्फुटपरिधिच्या ठिकाणी अन्यफलज्या आणि ३६० च्या जागी त्रिज्या लिहिली तरी परिणाम एकच होतो म्हणून

$$\frac{\text{अन्यफलज्या} \times \text{इष्टकेंद्रभुजज्या}}{\text{त्रिज्या}} = \text{मन्दफल.}$$

ही सारणि मन्दफलाची सिद्ध झाली. मंदफलाचा इंग्रजीत-इक्वेशन ऑफ दि सेण्टर (Equation of the Centre) म्हणतात.

प्रहाची मन्दगति किंवा त्वरितगति ही त्याचे उच्चापासून जितके अन्तर असेल त्या अन्तरावर अवलंबून असते, ह्या अन्तरासच केन्द्र हें नांव आहे. रवि-मध्य स्पष्टीकरणांत फक्त मन्द केन्द्राचीच आवश्यकता असते. हें अंतर अथवा मन्द केन्द्र (M. Anomaly) त्रिज्येइतके (तीन राशी) झाले म्हणजे प्रहाच्या मन्दफलाची परमावधि होते. परंतु त्याच वेळी प्रहाची गति अतिशय त्वरित असते असें मात्र नव्हे. परमोच्च स्थानी (म्हणजे सूर्यापासून अतिशय दूर) ग्रह गेला म्हणजे त्याची गति अतिशय मन्द होते; आणि तो सूर्याच्या जवळ म्हणजे नीचोर्ची (Perihelion मध्ये) गेला म्हणजे तो फारच जोरात पुढे जातो. ही सर्व संकलित गति म्हणजेच मन्दफल होय. परमोच्च-स्थानी प्रहाची गति मध्यम गतिपेक्षा कमी असते. म्हणून तेथून गतिफल ऋण असते आणि नीचोर्ची मध्यम गतिपेक्षा गति अधिक म्हणून तेथून गतिफल धन असते. ज्या ठिकाणी मन्दफल शून्य त्या ठिकाणी गतिफल धन किंवा ऋण परंतु ते ज्यास्तीत ज्यास्त असते. आणि ज्या ठिकाणी मन्दफल आत्यंतिक, तेथे गतिफल शून्य. म्हणून मन्दफल हे भुजज्येशी प्रमाणबद्ध आणि गतिफल कोटिज्येशी प्रमाणबद्ध आहे असे सिद्ध होते.

इंग्रजी पद्धतीत अन्यफलज्येच्या ऐवजी अन्यफलच घेतात; पण “भुजज्या” घेतली किंवा फल घेतले तरी परमफलाच्या दृष्टीने एकच. सिद्धान्तोक्त रविचे परमफल $२^{\circ} १०'$ आणि आधुनिक परमफल $१^{\circ} ५५'$ असल्यामुळेच रवि भोगांत फरक पडतो; म्हणून आतां दृष्ट फलाकरितां परमफल $१^{\circ} ५५'$ हेच घेतले पाहिजे.

कोटिफलाची सारणि त्याचप्रमाणे

$$\text{अन्यफलज्या} \times \text{केन्द्र कोटिज्या} - \text{त्रिज्या} = \text{कोटिफल.}$$

सिद्धान्त गणितातहि दीर्घवर्तुळीय कक्षा परिणामतः कशी मानली जाते ते पाहू. “ग्रह” ज्या कक्षा वृत्तात फिरतो त्याचा मध्यबिन्दू क आहे. पृथ्वीवरून पाहणारा हा ग्रह दिसतो त्याचे वर्तुळाचा मध्यबिन्दू भू आहे. क येथून ग्रह ज्या ठिकाणी दिसेल त्यापेक्षा भू-प्र-क ह्या कोनाइतक्या फरकाने तो भू ह्या ठिकाणाहून दिसेल. म्हणून भू-प्र-क हे शीघ्रफल आणि भू-अ हा शीघ्रकर्ण. + भूवर्तुळ आणि कक्षावर्तुळ ह्या दोहोंच्या संमेलनाने जी आकृति निर्माण झालेली दिसते ती (परिणामतः) दीर्घवर्तुळाप्रमाणे आहे. उच्च-उच्च ही रेखा हा त्याचा महत्-अक्ष (म्हणजे Axis major). भू आणि क हे

१। बिन्दू दोन जाभिरी (१००० शी) साम्य पावणारे असे आहेत. उच्च बिन्दूपासून प्रहापर्यंत जे परिघ-खण्ड अथवा चाप तेच इष्टकेन्द्र; म-उया ही त्याची दोर्ज्या; (Sine); क-ज्या ही केन्द्र कोटिज्या; आणि म-क रेखा ही अन्यफलज्या आहे.

आतां म-म-जी कर्णरेखा तिची निष्पत्ति.—आकृतिरूपान पाहिल्यास म-ज्या रेखा ही म-क+क-ज्या ह्याचे बरोबर आहे. म्हणून (अन्यफलज्या+कोटिज्या)^२ + केन्द्रदोर्ज्यावर्ग=कर्ण (म-मह) वर्ग म्हणून अन्य फलज्या + कोटिज्या ह्यांच्या वर्गांत केन्द्र दोर्ज्याचा वर्ग मिळवून त्यांच्या बेरजेचे वर्ग मूळ काढले असता म-म कर्णाची किंमत येईल.

मह हा उलट वाजूस * ह्या ठिकाणीं असेल तर (कोटिज्या-अन्यफलज्या) वर्ग + केन्द्र दोर्ज्या वर्ग=कर्ण वर्ग असे समीकरण निघते. तेथे 'को-क' ही कोटिज्या आणि * म-को ही दोर्ज्या आहे.

म-दो ही महकेन्द्र दोर्ज्या
 प-दो ही महकेन्द्र कोटिज्या
 मू-प ही प्रतिवृत्त त्रिज्या
 प-मह ही अन्यफलज्या.
 मू-मह हा शीघ्रकर्ण
 * हे स्पष्ट महाचे स्थान

सिद्धान्तकारांनी मन्दफल आणि शीघ्रफल त्यांच्या साधनासाठी एका विशिष्ट आकृति रचनेचा अवलंब केला आहे.

२. मू (पृष्ठी) ह्या ज्याचा मध्यबिन्दु आहे ते वर्तुळ प-रि-ष ह्या परिधाने दाखविले आहे.

मह ज्या मन्दपरिधिच्या (किंवा शीघ्रपरिधिच्या) धोरणाने फिरतो तो परिधि म-उच्च-दो-नी ह्या वर्तुळाने दाखविला असून प-महरेखा ही त्या वर्तुळाची त्रिज्या आहे. अन्यफलज्ये समान त्रिज्येने ते वर्तुळ काढले असल्याने प-मह ही अन्य फलज्या आहे.

(१) मू-नी-उच्च ह्या रेपेचे दोन-भाग पडतात. एक मू-प ही मूर्तुळ त्रिज्या आणि प-उच्च ही रेखा हा दुसरा.

(२) ह्या अखंड रेपेवर प्रहापासून दोर्ज्या काढल्यामुळे म-उ हे परिधितोळ चाप आणि

(३) { म-दो ही दोर्ज्या, तसेच
 प-दो ही कोटिज्या

(४) मू-दो ही रेखा = 'मू-प' (त्रिज्या) + कोटिज्या

(५) दोर्ज्यावर्ग+कोटिज्यावर्ग=अन्यफलज्यावर्ग, ह्या किंमती निश्चित झाल्या.

आकृतिवरूनही मन्दफल साधन करिता येते. फक्त मन्दपरिधि अगोदर

श्लोक ३८ प्रमाणे स्फुट केला पाहिजे. आकृतिंत ग्रह—उच्च हें जें परिधिखण्ड तेंच भुजफल अथवा मन्दफल होतें. आतां त्याची निश्चिति अशी:—

जो संबंध किंवा जें गुणोत्तर दोज्या आणि त्रिज्या ह्यांचें, तेंच भुजफल आणि परिधि ह्यांचें गुणोत्तर आहे. म्हणून

$$\frac{\text{भुजफल}}{\text{स्फुटपरिधि}} = \frac{\text{केन्द्रभुजज्या}}{\text{परिधि}}$$

$$\therefore \text{भुजफल} = \frac{\text{केन्द्रभुजज्या} \times \text{स्फुटपरिधि}}{\text{परिधि}}$$

फक्त सिद्धान्तकारांनीं परिधि ऐवजी ३६० अशांचा भाग दिला आहे. कारण भुजफल हें परिधांशात्मक आहे ह्याचेंच धनु म्हणजे मन्दफल

मन्दफल हें केन्द्र भेपादि (म्हणजे मन्दोच्चापासून मोजलें) असेल तेव्हां ऋण आणि हुलादि (नीचोच्चापासून) असेल तेव्हां धन असतें. (श्लोक ४५ पहा).

आतां शीघ्रफल साधन शीघ्र परिधिवरून सांगतात.

- शैच्यंकोटिफलंकेन्द्रे मकरादौधनंस्मृतम् ॥
संशोष्यंतुत्रिजीवायां कर्कादौकोटिजंफलम् ॥ ४० ॥

शीघ्रफलकरिता (शीघ्रपरिधिवरून) कोटिज्या काढावी. शीघ्रकेन्द्र मकरादि (२७० अंशापेक्षा अधिक) असेल तर कोटिज्या भूत्रिज्येत मिळवारी, आणि शीघ्रकेन्द्र कर्कादि (९० अंशापेक्षा अधिक) असेल तर कोटिज्या त्रिज्येतून वजा करावी म्हणजे (भू—उच्च रेखेवरील) काटकोनाची एक बाजू निष्पन्न झाली. दोज्या अथवा भुजज्या ही दुसरी बाजू सिद्धच आहे.

स्पष्टीकरण:—आकृतीकडे लक्षपूर्वक पाहिल्यास (४^१) प्रमाणे 'भू—दो' ही काटकोनाची एक बाजू प—दो (कोटिज्या) आणि भू—प त्रिज्या ह्यांनीं बनलेली दिसेल पण असाच शीघ्र परिधि उलट बाजूस घे हा मध्य कल्पून काढला तर त्रिज्येतून कोटिज्या वजा करून एक बाजू निष्पन्न करावी लागते. म्हणूनच कर्कादि केन्द्र असता कोटिज्या वजा करण्यास सिद्धान्तकारांनीं सांगितलें आहे.

ह्याप्रमाणे काटकोनाच्या दोन बाजू ठरल्यावर त्रिकोणाची तिसरी बाजू म्हणजे कर्काची किंमत $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ ह्या सूत्राप्रमाणे काढता येते त्या कर्काच्या अंतुरोधाने स्पष्टप्रदांचे स्थान ठिकाणी दिसते "प" ह्या ठिकाणी मन्दस्पष्ट स्थान मानून प—ग्रह—भू ह्या कोन शीघ्रफल म्हणून निश्चित होतो.

तद्बाहुफलवर्गैक्यान्मूलंकर्णंथलाभिधः ॥

त्रिज्याभ्यस्तंभुजफलंचलकर्णविभाजितम् ॥ ४१ ॥

लब्धस्य चार्पणलिप्तादिफलं शैब्यमिदं स्मृतम् ॥
एतदाद्येकुजादीनांचतुर्थे चैव कर्मणि ॥ ४२ ॥

म्हणून दोऱ्या वर्ग अधिक (त्रिज्या \pm कोटि) वर्ग ह्यांची बेरीज करून तिचे वर्गमूळ काढले असता शीघ्रकर्णाची निष्पत्ति होते.

शीघ्र दोज्येस त्रिज्येने गुणून शीघ्रकर्णानें भागिलें असतां जो भागाकार येतो त्यावरून पुनः चाररूप कोन आणावा; ह्या चारपास किंवा कोनास शीघ्रफल म्हणतात.

ह्या शीघ्रफलाचा मन्दस्पष्ट ग्रहांना संस्कार चीण्या खेपेस केला म्हणजे तो ग्रह पूर्णपणें स्पष्ट होतो.

स्पष्टीकरणः—शीघ्र फल काढण्याचे कामी सिद्धान्तकारांनी त्रिकोण मितिमध्ये खरोखरच उत्कृष्ट प्राविण्य प्रदर्शित केले आहे. इतकें असूनहि सिद्धोक्तोक्त रीति आधुनिक पाश्चिमात्य गणितापेक्षा पुष्कळच सोपी ठरते. त्यामुळे लिप्यात थोडी स्पष्टता येईल. पण आधुनिक गणित पद्धतीने लिप्यातील सोपेपणा न घालविताहि ती सूक्ष्म करता येईल.

पाश्चात्य गणिताप्रमाणें p —ग्रह—भू ह्या—त्रिकोणांत p —ग्र हा चळकर्ण (Radius Vector) आहे. p विन्दूतील बाह्य कोन (Δ) हा माहीत आहे. भू— p ही रेखा भू—सूर्य ह्यामधील अन्तर दर्शविते; तेव्हां $भू-p = b$, आणि $p-ग्र = a$ म्हणून

$$\tan \frac{B-O}{2} = \frac{b-a}{b+a} \times \cot \frac{A}{2}$$

ह्यांत Δ ची किंमत आपल्यावर ग्र आणि भू हे कोन काढता येतात; त्यावरून शीघ्रफल (Elongation) काढता येते. परंतु सिद्धान्तकारांनी केवळ साध्या त्रैराशिकानें हें अवघड गणित सोडविण्याचा प्रयत्न केला आहे. तथापि तो वचन सावळा आहे; असें कोणाहि गणितज्ञाला कबूल करणें भाग पडेल.

सिद्धान्तकार त्रैराशिक मांडतात ते असेंः—

भू—ग्रह ह्या कर्णास : जशी ग्र—दो ही दोऱ्या :: तशी

भू—* १ ह्या कर्णास (किती ?) कोणती दोऱ्या :: प्रमाण—पूर्णपणें, शास्त्रीय आहे. कारण समानकोण—त्रिकोण हे समरूप असतात (Equiangular triangles are similar) ह्या मूमित्या प्रमेयानुसारच ते स्वीकारलेले आहे. प्रत्यक्ष गणित करतांना कसर येवढीच सोडली कीं भू—* १ :: अन्तर भू— p ह्या त्रिज्येशीं समान मानले आहे. आता त्रैराशिक ठरले तें असेंः—

कर्ण : मुजज्या :: त्रिज्या : शीघ्रफलज्या.

$$\therefore \frac{\text{त्रिज्या} \times \text{शीघ्रकेन्द्र मुजज्या}}{\text{कर्ण}} = \text{शीघ्रफलरेखा}$$

तिच्यावरून चाप (Arc) येईल तें शीघ्रफल.

मान्दकर्मैकमर्केन्द्रोर्मौमादीनामथोच्यते ॥

शैध्व्यमान्दपुनर्मान्दशैध्व्यंचत्वार्थनुक्रमात् ॥ ४३ ॥

ग्रह स्पष्टीकरणांत मन्दकर्म (मन्दफल निष्पादन) आणि शीघ्रकर्म अशा दोन महत्त्वाच्या क्रिया आहेत. पैकीं रवि, आणि चन्द्र हे फक्त मन्द फलानेच स्पष्ट होतात. परंतु, मंगळ, बुध, गुरु, शुक्र आणि शनि ह्या पंच ग्रहांना प्रथमतः शीघ्रफलाने संस्कार करून मग मन्दफल देतात मंतर मन्दफल संस्कृत ग्रहासच पुन्हा मंदफल पुन्हा देऊन शेवटीं शीघ्रफलाचा संस्कार करितात.

स्पष्टीकरण:—ह्या असकृत् (पुनः पुनः) संस्करणाची आवश्यकता सांगण्याचा हेतु असा दिसतो की, आधुनिक गणितपद्धतिप्रमाणें प्रथमतः रवि पूर्णपणें स्पष्ट करूनच नंतर त्याच्या अपेक्षेनें चन्द्र आणि बुधादि पञ्च ग्रह स्पष्ट करतात. त्यामुळे सिद्धान्त-कारांच्या म्हणण्याप्रमाणें दोन मन्दफले दिलीं जातातच. एक रविला आणि—एक ग्रहाला. आतां दोन शीघ्रफलाचा हेतु असा दिसतो की, पृथ्वी आणि रवि, त्याचप्रमाणें रवि आणि ग्रह ह्यांचे अन्तर नेहमीं सारखें नसतें. (ह्या अन्तरालाच कर्ण म्हणतात.) त्या कारणानें मध्यकर्णापासून जर ग्रह स्पष्ट करावयाचा तर पुनः मन्दफल आणि शीघ्रफल असे संस्कार दिलेच पाहिजेत. आधुनिक गणितांत केन्द्राच्या प्रत्येक अंशाला ग्रह सूर्यापासून किती अंतरावर असतो तें फाडतात. त्या योगानें स्पष्टीकरण जास्त सूक्ष्म होते. परंतु सौलभ्याच्या दृष्टीनें सिद्धान्तकारांची असकृत् कर्मांची युक्तीहि योग्यच आहे असे त्रिकोणमितीने सहज सिद्ध होऊ शकेल.

मध्येशीघ्रफलस्यार्धं मान्दमर्धफलंतथा ॥

मध्यग्रहेमन्दफलंसकलंशैध्व्यमेवच ॥ ४४ ॥

हें असकृत् कर्म (पुनःपुनः संस्कार देण्याचें कार्य) करतांना पहिल्या शीघ्रफलाचा संस्कार करतें वेळीं शीघ्रफलाचें चाप येईल ह्याचा अर्धा भाग घेऊन त्याचाच संस्कार मध्यम ग्रहास करावा (पूर्ण फलाचा संस्कार देऊ नये). नंतर मन्दफलाचा संस्कार देणें तोहि अर्धा मन्दफलाचाच पावा. तिसरा संस्कार पुन. मन्दफलाचा आणि शेवटचा चौथा शीघ्रफलाचा हें संस्कार मात्र पूर्ण फलाचे पावे.

अशी युक्ति करण्याचें कारण सांगितलेंच आहे. मध्यमकर्णापासून दृक्प्रत्ययसिद्धि हेंच कारण होय.

उच्च म्हणजे काय ?

प्रत्येक ग्रहाच्या कक्षेमध्ये उच्च संज्ञक आणि एकमेकांपासून बरोबर सहा राशि (१८० अंश) च्या अन्तरावर दोन बिन्दुरूप स्थानें वसतात, ह्यांचा उल्लेख मध्यमाधि-कारांत आलाच आहे. ग्रह कक्षेच्या अगदीं वास्तविक मध्यबिन्दूच्या ठिकाणीं सूर्य नसतो. तो कर्मा अधिक वाजला असतो. कक्षा मध्यबिन्दू आणि रवि ह्यांच्यातील अन्तराला मध्ययुति म्हणतात. ह्या सरफण्यामुळे कक्षेतील एकबिन्दू सूर्यापासून सर्वपेक्षा

जवळ येतो आणि त्याच्या उलट दिशेचा (१८० अंशावरील) बिन्दू सूर्यापासून सर्वां-
पेक्षा दूर असतो. ह्या दूरच्या बिन्दूला दूरोच्च किंवा मन्दोच्च आणि जवळच्या बिन्दूला
निकटोच्च किंवा नीचोच्च असे नांव आहे. ह्या दोन उच्चांच्या ठिकाणीच मध्यमग्रह
आणि (कक्षा) स्पष्टग्रह ह्यांचे ऐक्य असते. कक्षेतील इतर सर्व ठिकाणी ते भिन्न असतात.
केन्द्र हे कोणत्यातरी उच्चापासून मोजतात. दूरोच्चापासून ते मोजले तर तेथून
सह्याराशीपर्यंत मन्दफल ऋण असते, कारण स्पष्टग्रह मध्यमग्रहाच्या मार्गे असतो; आणि
केन्द्र निकटोच्चा पासून मोजल्यास तेथून सह्याराशीपर्यंत मन्दफल धन असते. कारण
स्पष्टग्रह मध्यम ग्रहाच्या पुढे असतो. सिद्धान्तकारांनी निकटोच्चापासून केन्द्रास मोजले
असल्याकारणाने मन्दफल केन्द्रापासून पहिल्याराशिमध्य घन ठरले गेले.

अज्ञादिकेन्द्रे सर्वेषां शैश्वेमान्देवकर्मणि ॥

धनग्रहाणां लिप्तादितुलादावृणमेव च ॥ ४५ ॥

केन्द्र (मन्द किंवा शीघ्र) मेपादि असले म्हणजे सूर्यादि सर्व ग्रहांचा मन्दफल संस्कार,
आणि शीघ्रफल संस्कार असे दोन्ही संस्कार धन असतात. अर्थात् केन्द्र तुलादि असेल तर
फल संस्कार ऋण केला पाहिजे.

स्पष्टीकरण:—ऋण संस्कार मध्यम ग्रहात ऋण करावयाचा. आणि धन
संस्कार निष्ठावयाचा असतो. संस्कार ऋण आणि धन का असतो त्याचे कारण आता
वर सांगितलेच आहे. निरनिराळ्या ग्रंथकारांनी ग्रह केन्द्रे स्वच्छेने निकटोच्च बिन्दूपासून
अथवा दूरोच्चापासून मोजलेली असता त्यामुळे एका ग्रंथकाराने जो फल-संस्कार धन
सांगितला असेल तो दुसऱ्या ग्रंथकाराचा तसाच असेल असे नाही. म्हणून ग्रंथकाराने
केन्द्र कोठून मोजले आहे हे अवश्य पहावे लागते. नाही तर एका ग्रंथाचा अभ्यास
केलेला विद्यार्थी दुसऱ्या ग्रंथाची पद्धति तुलनेकरिता पहातांना केन्द्रमापन भिन्न उच्चा-
पासून असेल तर बुचकळ्यात पडेल. फळे ऋण-धन करतांना उलट सुलट होण्याचा
पुष्कळ संभव असतो म्हणून बरेच आधुनिक ग्रंथकार गणितातील सर्व संस्कार धनच
राहतील अशी योजना करतात. सिद्धान्तकारांनी केन्द्रासंबंधे मेपादि आणि तुलादि
अशा संज्ञा भोजल्या त्या केवळ केन्द्र शून्य आणि १८० अंश ह्याच अर्थात आहेत.
मध्यम ग्रहाचा मेघ आणि ग्रह केन्द्राचा मेघ (सृष्ट्युत्पत्तिनंतर) केन्द्राह्नि एक नव्हते,
आणि नाहीत.

ग्रह स्पष्टीकरण म्हणजे काय

श्लोक ४५ पर्यंत रवि, चन्द्र आणि बुधादि पञ्चग्रह ह्यांचे स्पष्टीकरण सिद्धान्त-
कारांनी सांगितले. येथून (म्हणजे पृथ्वीवरून आणि त्यातहि पडताळा पाहणारास त्याच्या
ठिकाणावरून) रवि, चन्द्र आणि इतर प्रत्येक ग्रह आकाशात कोठे दिसे शकतील ते
स्थान गणिताने निश्चूक कळणे, आणि त्याप्रमाणे ते ग्रह तेथेच प्रत्यक्ष (डोळ्यांना)
दिसणे ह्यालाच स्पष्टीकरण म्हणतात. रवि, चन्द्र आणि ग्रह ह्यांची स्थिति आकाशात

काल, आणि स्थल ह्यांच्या परस्पर अपेक्षेनेच ठरत असते, आणि ठरवावी लागते. क्षितिज, याम्योत्तरवृत्त, विषुववृत्त, आणि आक्रमवृत्त त्याच्या अपेक्षेने रवि, चन्द्र ह्यांचे आणि त्याचप्रमाणे इतर प्रत्येक ग्रहाचे स्थान निश्चित होते. रविचा (किंवा इतर ग्रहाचा) उदय (१) अमुक वेळी क्षितिजाच्या कोणत्या बिन्दूत झाला पाहिजे (२) किंवा कोणत्या वेळी त्याचे उन्नतांश किती होते अथवा असतात, किंवा त्याचा (३) याम्योत्तर लंघनकाल कोणता, व याम्योत्तराच्या (४), कोणत्या अंशामधून तो याम्योत्तरातून गेला; अथवा (५) त्याच्या याम्योत्तर लघन—कालापासून कोणती ठळकतारा किती वेळाने याम्योत्तरावर येईल; अथवा कोणती ठळक तारा याम्योत्तरावर आल्यापासून तो ग्रह किती वेळाने याम्योत्तर लंघन करील इत्यादि मुख्य गोष्टी वरूनच रवीचे, चन्द्राचे किंवा इतर ग्रहाचे आकाशामध्ये आक्रमवृत्तावरील किंवा विषुववृत्तावरील स्थान अचूक समजते. ह्याप्रमाणे ग्रहाचे किंवा रविचे स्थान ठरवून त्याप्रमाणे तो ग्रह तेथेच दिसला म्हणजे गणित खरे, त्याचा दृक्प्रत्यय आला असे म्हणतात. प्रत्येक ग्रहाच्या स्पष्टी करणात वरील गोष्टी शक्य तो अवश्य असतातच, परंतु कोणताही ग्रह, त्याच प्रमाणे कोणतीही तारा, जोपर्यंत क्षितिजाच्या वर रवि आहे तोपर्यंत दिसत नाही; चन्द्र (चोडाच वेळ दिसतो, पण बेतानेच) त्यामुळे ग्रहाचा दृक्प्रत्यय फक्त रात्री आणि निव्वळ आकाशातच घेणे शक्य असते; म्हणून ग्रहांचे स्पष्टीकरण पुष्कळ वेळा सूर्याच्या धोरणाने निश्चित करतात. ग्रहस्पष्टीकरणात तो ग्रह क्षितिगावर ज्या वेळी येणार ती वेळ कोणती, आणि त्यावेळी त्याचे स्थान क्रान्तिवृत्तांत कोणते हा ही भाग ग्रहस्पष्टीकरणातच सिद्धांतकारांनी श्लोक ४६ मध्ये सांगितला आहे. तो तेथे योग्यच आहे, परंतु विषय संदर्भाच्या दृष्टीने हा श्लोक ५७ श्लोकाच्या पुढे आल्यास हरकत नाही.

अर्कबाहुफलाभ्यस्ताग्रहभुक्तिर्विभाजिता ॥

भचक्रकलिकाभिस्तुलिप्ताः कार्याग्रहेऽर्कवत् ॥ ४६ ॥

ग्रहाच्या भोगास (स्पष्टगति) सूर्याच्या (कलात्मक) मन्दफलाने गुणाये. आणि राशिक्रमाच्या (२१६००) कलासऱ्येने भागावे; जो भागाकार कला (विकलात्मक) येईल त्याचा रविमन्दफलप्रमाणे (धनक्रण) संस्कार ग्रहभोगास (गतिस) करावा. ४६.

स्पष्टीकरण:—हा श्लोक काहीसा अस्पष्ट आहे. ग्रहभुक्ति ह्याचा अर्थ ग्रहभोग असून टीकाकारांनी त्याचा अर्थ स्पष्टगति असा घेतला आहे. तोहि सयुक्तिरूप आहे. परंतु हा संस्कार ग्रहगति करण्यपेक्षा ग्रहाच्या स्पष्टस्थितीसच करणे योग्य दिसते. कारण ग्रहाचे मध्यमकालास अनुलभून असणारे स्थान आणि स्पष्ट कालास धरून असणारे स्थान यात भिन्नता आहे; आणि तीच हा श्लोकात विवक्षित आहे.

हा संस्कारास भुजान्तर संस्कार म्हणतात. रविचे स्पष्टस्थान आणि फाल्गुण स्पष्टगति यात दोन कारणांनी फरक पडतो. त्यातील एक कारण रविच्या (म्हणजे पृथ्वीच्या) कक्षेची दीर्घवर्तुलीयता. सूर्य हा तारीख ४ जुलैच्या सुमारास पृथ्वीपासून फार दूर असतो

आणि म्हणून त्याची दिनगति ५७' कला ही मध्यम गतिपेक्षां कमी असते. म्हणून मन्द-फलहि ऋणच असतें. तारीख २ जानेवारीच्या सुमारास तो पृथ्वीला फार जवळ असतो. म्हणून त्याची दिनगतिहि ज्यास्तीत ज्यास्त म्हणजे ६१' कला असते; आणि म्हणून मन्दफलहि धन असतें. जानेवारीच्या आरंभी म्हणजे नीचोची रवी पृथ्वीच्या जवळ असतां हि आपल्या इकडे (उत्तरगोळापास) दिवस थंडाचे असतात; कारण सूर्य मध्यान्ही आपल्या डोकीवर येत नाही. तो दक्षिणेकडेच असून क्षितिजाच्यावर फार थोडा-वेळ असतो. ह्याच्या उलट, जुलै ४ च्या सुमारास उन्हाळा संपत आलेला असतो. कारण सूर्य हा मध्यान्ही डोकीवर येतो आणि क्षितिजाच्यावर सुमारे १४ तास असतो.

अशा ह्या कर्माज्यास्त गतिमुळे मध्यम आणि स्पष्टकालात अन्तर पडतें, तें रवि-च्या मन्दफल गतिकालाइतकें असतें. हेंच भुजान्तर.

दुसरें कारण पृथ्वीची कक्षा (म्हणजे आक्रमवृत्त) विपुवाशीं तिर्कस आहे हें होय. ह्या तिर्कसपणामुळे बारा राशिपैकीं प्रत्येक राशीत जरी सारखेच अंश आहेत तरी त्यांचा उदय होण्यास आणि त्या मध्यान्ह वृत्तावरून पुढें सरकण्यास वेळ मात्र कमी ज्यास्त लागतो. ह्याच उदयान्तर म्हणतात. ह्यावरूनच उदयलग्नाचें आणि दशम लग्नाचें गणित होतें.

प्रथमतः उदयान्तराच्या योगानें निरनिराळ्या राशिनां मध्यान्हवृत्त ओलांडून जाण्यास किती काल लागतो तो निश्चित करावा ह्या कालास उदयासु म्हणतात. "असु" म्हणजे एक खासोच्छ्वास. एका पळांत सहा खास होतात. हें मागें मध्यमाधिकारांत सांगितलें आहे. ही उदयासु-संख्या ठरल्यावर ज्या सायन-राशीत सूर्य असेल, त्या राशिच्या उदयासुवरून त्रैराशिक माण्डावें. एक राशिच्या कला १८०० म्हणून १८०० कलांना : जर असुक उदयासु : : तर : मन्दफल कलांना किती. उत्तर असुमध्ये येईल.

हे भुजान्तराचे असु. ह्यामध्ये उदयान्तराचे असुचा (धनरूप असेल त्याप्रमाणें) संस्कार करावा म्हणजे कालकलन संस्कार सिद्ध होतो. ह्यालाच Equation of Time म्हणतात.

भुजान्तराचा संस्कार इतर ग्रहास करावयाचा असल्यास आणखी एक त्रैराशिक मांडावें.

२१६०० कलामध्ये : जर रविचे असुक फलासु : : तर ग्रहाच्या गतिकालास किती : उत्तर. असुसंख्या येईल. तो रविसंवेधाचा संस्कार इतर ग्रहांस करावा.

आतां ग्रहांची दैनिक स्पष्ट गति आणि त्यांचा स्पष्ट शर म्हणजे आक्रम वृत्तापासून त्या ग्रहापर्यंतचें लम्बांशात्मक अन्तर. [जेव्हां ग्रहाच्या स्थानापासून आक्रम-वृत्तावर, विपुववृत्तावर, किंवा क्षितिजावर लम्बरूप चाप (arc) काढतात, आणि ग्रहापासून त्या त्या वृत्तापर्यंतचें अंशात्मक अन्तर त्या त्या लम्बावरूनच मोजून ठरवितात. तेव्हां अशा अन्तराचा लम्बात्मक अन्तर, किंवा अवलम्बांश म्हणतात].

हे अवलम्बांश ग्रहापासून आक्रमवृत्तापर्यंतच्या लम्बावर मोजले म्हणजे त्याला आक्रमशर (Latitude) म्हणतात; विषुववृत्तापर्यंतच्या लम्ब अन्तराला क्रांति (Declination); आणि क्षितिजापर्यंतच्या अन्तराला उन्नतांश (Altitude) म्हणतात. हे पुनः येथे सांगणे अवश्य आहे.

आपल्या थेट डोक्यावर जो आकाश बिन्दू ते खस्वस्तिक. त्यांतूनच आपल्या ठिकाणचे याम्योत्तर वृत्त हे विषुववृत्त आणि ध्रुवबिन्दू ह्यांवरून पार क्षितिजापर्यंत जाते. याम्योत्तर हे विषुववृत्ताला आणि क्षितिजालाही लम्बरूप असते म्हणून विषुवापासून खस्वस्तिकापर्यंतचे जे अवलम्बांश तेच त्या स्थानाचे अक्षांश (Terrestrial Latitude). इंग्रजीमध्ये (Latitude) ही जी संज्ञा आहे ती शास्त्रदृष्ट्या दूषणीय आहे. आकाश-विषुवापासून खस्वस्तिकाचे जे लम्बांश ते (Latitude), आणि आक्रमवृत्तापासून मोजलेले लम्बांश तेहि (Latitude) च. ह्याप्रमाणे दोन अगदी भिन्न अंशी परिमाणे एकाच संज्ञेने निर्दिष्ट करण्याचा प्रघात शास्त्रीयपद्धतीप्रमाणे फारच दूषणीय आहे.

स्वमन्दभुक्तिसंशुद्धामध्यभुक्तिर्निशापतेः ॥

दोर्ज्यान्तरादिकंकृत्वाशुक्तावृणधनंभवेत् ॥ ४७ ॥

चन्द्राच्या मध्यम दिनगतीमध्ये त्याच्या उच्चाची दिनगति वजा करारी म्हणजे त्याची (ज्ञ० चन्द्राची) दैनिक केन्द्रगति येईल त्या केन्द्रावरून भुज्यान्तराच्या रीतने गतिकल आणजे आणि ठरल्याप्रमाणे मध्यमदिनगतिमध्ये ऋण-धन (असेल त्याप्रमाणे त्याचा) संस्कार करावा; म्हणजे चन्द्राची स्पष्ट दिनगति (इष्ट दिवसाची) येईल.

स्पष्टीकरणः—चन्द्राची स्पष्टगति मन्दफलाप्रमाणे केन्द्रांशावरून आणण्यास सांगितले आहे. कारण चन्द्राची उच्चगति हिशेबात घेण्याइतकी मोठी आहे. इतर ग्रहांच्या स्पष्टगतिहि अशाच पद्धतीने काढतात.

ग्रहभुक्तेःफलंकार्यग्रहवन्मन्दकर्मणि ॥

दोर्ज्यान्तरगुणभुक्तिस्तच्चनेत्रोद्धृतापुनः ॥ ४८ ॥

स्वमन्दपरिधिक्षुण्णभगणांशोद्धृताकलाः :

कर्कादौतुधनंतयमकरादावृणंस्मृतम् ॥ ४९ ॥

आता गतिचे स्पष्टीकरण सांगतातः—

ग्रहगतिचे फल काढायला, तर त्याकरितां ग्रहा (चे मन्दफल काढण्या) ची जी रीति आहे तिचाच स्वीकार गतिचे मन्दफल आणण्याकरितां करावा. ग्रहगतिहा [अर्थात ग्रहाच्या दैनिक केन्द्रगतिहा] दोर्ज्यान्तराने गुणून २२५ कलांच्या (चाप) खण्डाने भागावे; आणि भागाकार येईल त्याला स्पष्ट मन्द परिधीने गुणून ३६० अशानी भागावे म्हणजे गतिकल येईल. (ते सुधादि मन्दांमध्ये मन्दस्पष्ट येईल).

स्पष्टीकरणः—ग्रहगति ही केन्द्रगतिवरच अवलम्बून आहे म्हणून केन्द्रगति घेतली पाहिजे. नंतर ग्रह—भोगांचे जे चापखण्ड त्यांचे दोर्ग्यान्तर घेऊन असे त्रैराशिक माण्डावेः—
२२५ चापखण्डांत जर : विशिष्ट दोर्ग्यान्तर :: तर केन्द्रगत्यांशांना किती :

उत्तर येईल तें.

नंतर गतिचे अंशकलादि पाहिजेत म्हणून दुसरे त्रैराशिक असे मांडले पाहिजेः—

३६० अंशांना : स्फुटमन्दगतिपरिभ्यंश : : तर पूर्वोक्त उत्तराळा किती ? : उत्तर गतिकळा.

याप्रमाणे गतिफल आले परंतु केन्द्र कर्कादि असेल तर तें धन असतें आणि मकरादि असेल तर ऋण असतें.

स्पष्टीकरणः—येथे केन्द्र काढण्यासाठी उच्च कोणतें घेतलें तें अवश्य पाहिजे पाहिजे नाही तर ऋण धन संस्कारांचा घोटाळा उडाल्याशिवाय राहणार नाही.

मन्द स्पष्ट गतिळा शीघ्र फलांचा संस्कार बुधादि पंच महाव्या गतिळा केला पाहिजे, तो सांगतातः—

मन्दस्फुटीकृतांभुक्तिप्रोज्ज्यशीघ्रोच्चभुक्तिः ॥

तच्छेषविवरेणाथह्न्यात्रिज्यान्त्यक्वर्णयोः ॥ ५० ॥

चलकर्णहृतंभुक्तौकर्णेत्रिज्याधिकेधनम् ॥

ऋणमूनेऽधिकप्रोज्ज्यशेषवक्त्रगतिर्भवेत् ॥ ५१ ॥

स्पष्टगति साधन

श्लोक ५०, ५१ बुधादिकांच्या मन्दस्पष्ट (मन्दफल साधित) गति, शीघ्रोच्च गतीतून वजा करून बाकी केन्द्रगति राहिल, तिळा त्रिज्या आणि शीघ्रकर्ण ह्यांच्यातील अन्तराने गुणार्थे आणि गुणाकाराळा ह्याच शीघ्रकर्णाने भागावे. भागाकार कलादि येईल त्याचा संस्कार मन्दस्पष्ट गतिळा केला असता प्रहाची (भूमध्य) स्पष्टगति येईल. त्रिज्येपेक्षा शीघ्रकर्ण अधिक असेल तर हा गतिसंस्कार धन असतो; आणि त्रिज्या अधिक असेल तर ऋण असतो.

स्पष्टीकरणः—रङ्गनाथ टीकाकारांनी ह्या संस्काराची उपपत्ति भास्कराचार्यांच्या पद्धतीने उलगडावी अशी सूचना दिली आहे. तिळा अनुसरून उपपत्तिचा उलगडा करूं. आचार्यांचे सूत्र “ फलांशखाङ्गान्तर—शिखिनीघ्नी ” हे आहे. तिच्या धोरणाने शीघ्रोच्च वर्णे मन्द स्पष्टगति=शीकेन्द्रगति काढली, व दोन दिवसांच्या शीकेन्द्रगतिचे जें अन्तर, त्यावरून दोर्ग्यान्तर काढले.

(१) २२५' : भोग्य—ज्या—खण्ड : : केन्द्रगतिळा : दोर्ग्यान्तर ह्या त्रैराशिकाने दोर्ग्यान्तर आणले. नंतर भोग्यखण्ड स्पष्ट केले तें असेः—

(२) २२५' (आषखण्ड) × कोटिज्या
त्रिज्या = स्फुट दोर्ग्यान्तर. मग

ही किमत (१) मध्ये दोर्ग्यान्तरावढल ठेऊनः—

$$\text{स्फुट दोर्ज्यान्तर} = \frac{\text{केन्द्रगति} \times \text{फलकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$

(३) कर्ण : दोर्ज्यान्तर :: त्रिज्या : स्फुटकेन्द्रगतिज्या; ही किंमत (२) मध्यें दोर्ज्यान्तराबद्दल ठेऊन:—

$$(४) \text{स्फुटकेन्द्रगतिज्या} = \frac{\text{केन्द्रगति} \times \text{फलकोटिज्या}}{\text{कर्ण}}$$

गति अल्प असल्याने “ गतिज्ये ” बद्दल “ गति ” ठेऊन

$$(५) \text{स्फुट-केन्द्रगति} = \frac{\text{केन्द्रगति} \times \text{फलकोटिज्या}}{\text{कर्ण}}$$

$$(६) \text{परंतु शीघ्रकर्ण-त्रिज्या किंवा त्रिज्या-शीघ्रकर्ण} \\ = \text{फलकोटिज्या;}$$

म्हणून,

$$\text{स्फुटकेन्द्रगति} = \frac{\text{केन्द्रगति} \times \text{कर्णत्रिज्यान्तर}}{\text{कर्ण.}}$$

*स्पष्टगतिफल हें मन्दस्पष्टगतिपेक्षा अधिक असेल तर ग्रह वक्री आहे म्हणून समजावें. ५१.

दूरस्थितःस्वशीघ्रोच्चातुग्रहःशियिलरदिमभिः ॥

सम्येतराकृष्टतनुर्मवेक्षकगतिस्तदा ॥ ५२ ॥

श्लोक ५२ नेव्हा! ग्रह शीघ्रोच्चापासून फार दूर अन्तरावर असतो; आणि (अशा स्थितीत असतांना) उच्चाच्या शक्तिने लगाम (म्हणजे आकर्षण) दिवा असूनमुद्रां तो उलटा खेचला जातो तेव्हा यक्रगति उत्पन्न होते. ५२.

स्पष्टीकरणः—ग्रह दूर जातो तसतसे आकर्षण कमी कमी होत जातें द्याळाच दिवा लगाम असे म्हटले आहे.

कृतर्तुचन्द्रैर्वेन्दैःशून्यत्र्यैर्गुणाष्टिभिः ॥

शररुद्रेयतुर्थेषुकेंद्रांशैर्भूसुतादयः ॥ ५३ ॥

भवन्तिवक्रिणस्तैस्तुत्रैःस्त्रैश्चक्राद्विशोधितैः ॥

अवशिष्टांशतुल्यैःस्वैःकेन्द्ररुज्जन्तिवक्रताम् ॥ ५४ ॥

श्लोक ५३—युध-शुक्र, आणि भीमादि तीन ग्रह द्यांना चौथ्या खेपेस जो शीघ्रफल संस्कार करतात त्यावेळीं त्यांचे जे शीघ्रकेंद्रांश येतील त्यावरून ते वक्री आहेत की नाहींत ते (बहुधा) कळते. आणि तेच केंद्रांश बारा राशींवरून घेता करून जितके अंश राहतील तितके केंद्रांश साडे असता ते वक्रताचा त्याग करतात; म्हणून भीमाचे (केंद्रांश) १६४, युधाचे १४४, गुरुचे १३०, शुक्राचे १६३, आणि शनीचे ११५ इतके असले म्हणजे ग्रह

वक्री, आणि मंगळ १९६, बु. २१६, गुरु २३०, शु. १९७, आणि श. २४५ असे केन्द्राश
शालें म्हणजे ग्रह मार्गी होतात. (५३, ५४.)

महच्चाच्छीघ्रपरिधेःसप्तमेभृगुभृसुतौ ॥

अष्टमेजीवशशिजौनवमेतुशनधरः ॥ ५५ ॥

श्लोक—ह्याचा अर्थ असा कीं,—मंगळ आणि शुक्र ह्यांच्या शीघ्रपरिधिचे अंश सहा
राशीपेक्षा ज्यास्त शाले म्हणजे सातव्या राशीत ते मार्गी होतात. बुध, गुरु हे शीघ्रपरिधिच्या
आठव्या राशीत आणि शनि नवव्या राशीत मार्गी होतो. ५५.

स्पष्टशराचें साधन

कुजाकिंगुरुपातानांग्रहवच्छीघ्रजंफलम् ॥

वामंतृतीयकमानन्दबुधमार्गघयोः फलम् ॥ ५६ ॥

श्लोक ५६—मंगळ, गुरु आणि शनि ह्यांच्या पाताळा चतुर्थ शीघ्रफळाचा संस्कार ग्रहास
करावयाच्या रीतिप्रमाणें करावा.

बुध शुक्रांच्या पाताळा, बुध शुक्राचा तृतीय मन्दफळाचा उलट (= विलोम) संस्कार
करावा. ५६.

स्वपातोनात्ग्रहाजीवाशीघ्राभृगुजसौम्ययोः ॥

विक्षेपच्यन्त्यकर्णात्त्राविक्षेपस्त्रिज्ययाविधोः ॥ ५७ ॥

श्लोक ५७—मग मोगादि स्पष्टग्रहांतून संस्कार दिलेला पात वजा करून बाकी
राहील तिची दोर्ज्या काढावी.

स्पष्टचंद्र (हा पृथ्वी भोंवतालीच फिरत असल्याने) त्याच्या मोगातून पात वजा करावा.

बुध शुक्रांच्या शीघ्रोच्चामध्ये संस्कृतपात वजा करून भुजज्या आणावी. हिलाच विक्षेप
दोर्ज्या म्हणतात.

विक्षेप केन्द्रदोर्जेला परमशराच्या अंशकलांनी गुणावें आणि शीघ्रकर्णानें भागावें, म्हणजे
स्पष्टशर येतो.

चन्द्राच्या विक्षेप दोर्जेला विक्षेपानेंच गुणावें आणि त्रिज्येनें भागावें म्हणजे चन्द्राचा
स्पष्टशर येईल. ५७.

स्पष्टीकरणः—स्पष्टशर साधन स्पष्टक्रान्ति साधनाच्या धर्तीवर आहे.

पातगति क्रांतिवृत्तामध्ये (विलोम म्हणजे) उलट दिशेकडे असते. क्रान्तिवृत्त आणि पात
ह्यांतील कोन परमशरा इतका असतो. ग्रहांच्या पाताचें क्रांतीवृत्तांतील स्थान निश्चित करण्या-
करितां पाताला फलसंस्कार केलाच पाहिजे.

भौम-गुरु-शनि हे बहिर्वर्ती ग्रह असल्याने त्यांच्या पातास शीघ्रफळाचा संस्कार
करण्यास सांगितले आहे; आणि बुध शुक्र हे ग्रह अन्तर्वर्ती आहेत म्हणून त्यांच्या
पाताला तृतीय मन्दफळाचा संस्कार केला म्हणजे काम भागते.

बुध शुक्र हे अन्तर्वर्ती ग्रह असल्याने त्यांची स्थिति काही अंशी चन्द्राप्रमाणे असते. चन्द्र ज्याप्रमाणे शुक्र पक्षांत पहिल्याने चारपांच दिवस केवळ पश्चिमेकडेच दिसतो आणि पश्चिमेकडेच मावळतो; आणि मग कृष्ण पक्षांत शेवटचे चार दिवस फक्त पहाटेच पूर्वेकडे उगवतो आणि सूर्य उगवला म्हणजे लुप्त होतो; त्या प्रमाणे बुध शुक्र हे काही दिवस किंवा काही महिने सूर्यास्ता नंतर पश्चिमेकडे दिसतात. नंतर ते वक्री होऊन त्यांचा पश्चिमास्त होतो. त्यानंतर ते (व विशेषतः शुक्र) पूर्वेकडे सूर्योदयापूर्वी उगवू लागतात. काही दिवस ते अधिकाधिक वर येतात. नंतर त्यांची वक्रगति संपून ते पुनः पूर्व क्षितिजाकडे जाऊ लागून त्यांचा पूर्वेकडे अस्त होतो. अशा स्थितिमुळे बुध शुक्रांची व्यवस्था व स्पष्टीकरणाची रीति सिद्धान्तकारांनी भौम-गुरु-शनि त्यांच्यापेक्षा अगदी निराळीच योजिली आहे.

बुध-शुक्र हे रविला सोडून फार दूर जात नाहीत असे निश्चित आढळल्यामुळे रवि हेच सिद्धान्तकारांनी शीघ्रोच्च मानले आहे. शीघ्रोच्च म्हणजे ग्रहाची स्थिति विशेष स्पष्ट होण्याचे साधन. बुध शुक्र हे रवि मध्यवर्तीच असल्यामुळे त्याचे नाक्षत्रभगण आणि शीघ्रोच्च भगण हे एकच ठरले. म्हणूनच मध्यमाधिकारांत त्यांचे शीघ्रोच्च भगण हेच नाक्षत्र भगण म्हणून दिले आहेत.

विचरणः—पाताची गति विलोम असल्यामुळे त्याचे स्थान मन्दस्पष्ट ग्रहाप्रमाणेच समजते म्हणून मन्दस्पष्टग्रह+चक्र शुद्धपात; (पात हा चक्रशुद्ध आहे म्हणून घन; नाहीतर ऋण); ∴ मन्दस्पष्टग्रह-पात हे उपकरण होतें, पण स्पष्टग्रह+शीघ्रफल विलोम=मन्दस्पष्टग्रह ∴ स्पष्टग्रह+विलोम शीघ्रफल-पात म्हणून स्पष्टग्रह-(पात+विलोम शीघ्रफल) हे उपकरण सिद्ध झाले. आता बुध-शुक्रासंबंधाने मन्दस्पष्टग्रह-पात; परंतु हे ग्रह शीघ्रोच्च स्पष्ट असतात म्हणूनः—

शीघ्रोच्च+तृतीय मन्दफल विलोम=मन्दस्पष्टग्रह.

∴ पातालाच तृतीय मन्दफल संस्कार उलट करण्यास सांगितले आहे.

∴ शीघ्रोच्च-(विलोम तृ. फ. संस्कृत पात) हे उपकरणहि सिद्ध झाले.

चन्द्राच्या पाताला संस्कार दिला पाहिजे परंतु तो न दिला तरी एकंदर फलामध्ये कला दीड कलेपेक्षा ज्यास्त फरक पडणार नाही, आणि तोहि अगदी क्वचित् म्हणून पातोन चन्द्र हेच चन्द्रशराचे उपकरण ठरले.

पातोन ग्रहाप्रमाणे जी दोर्घ्या येने तिला विशेषदोर्घ्या म्हणतात. तिच्या स्पष्टीकरणाचे गणित क्रान्तिप्रमाणे आहेः—

स्पष्टग्रहाच्या संबंधाने वर्ण म्हणजेच भू-कक्षेची त्रिधा म्हणून—

कर्णान्तराला : जर परमशरांशकला :

तर विशेषदोर्घ्या किती: उत्तर स्पष्टशर.

वक्त्री, आणि मंगळ १९६, बु. २१६, गुरु २३०, शु. १९७, आणि श. २४५ असे केन्द्राश झाले म्हणजे ग्रह मार्गी होतात. (५३, ५४.)

महस्याच्छीघ्रपरिधेःसप्तमेष्टुगुभूसुतो ॥

अष्टमेजीवशशिजौनवमेतुशनश्चरः ॥ ५५ ॥

श्लोक—द्याचा अर्थ असा कीं,—मंगळ आणि शुक्र द्यांच्या शीघ्रपरिधिचे वंश सहा राशीपेक्षा ज्यास्त झाले म्हणजे सातव्या राशीत ते मार्गी होतात. बुध, गुरु हे शीघ्रपरिधिच्या आठव्या राशीत आणि शनि नवव्या राशीत मार्गी होतात. ५५.

स्पष्टशराचें साधन

कुजाकिंगुरुपातानांग्रहवच्छीघ्रजंफलम् ॥

चामंतृतीयकंमान्दंबुधभार्गवयोः फलम् ॥ ५६ ॥

श्लोक ५६—मंगळ, गुरु आणि शनि द्याच्या पाताला चतुर्थ शीघ्रफळाचा संस्कार प्रदात करावयाच्या रीतिप्रमाणें करावा.

बुध शुक्राच्या पाताला, बुध शुक्राचा तृतीय मन्दफळाचा उलट (= विलोम) संस्कार करावा. ५६.

स्वपातोनात्ग्रहाजीवाशीघ्राभृगुजसौम्ययोः ॥

विक्षेपघ्न्यंन्यस्यकर्णास्राविक्षेपस्त्रिज्ययाविधोः ॥ ५७ ॥

श्लोक ५७—मग भौमादि स्पष्टग्रहांतून संस्कार दिलेला पात वजा करून बाकी राहिल तिची दोर्ग्या काढावी.

स्पष्टचंद्र (हा पृथ्वी भोंवतालीच फिरत असल्याने) त्याच्या भोगातून पात वजा करावा. बुध शुक्राच्या शीघ्रोच्चामध्ये संस्कृतपात वजा करून भुजग्या आणावी. हिळाच विक्षेप दोर्ग्या म्हणतात.

विक्षेप केन्द्रदोर्ग्याला परमशराच्या अंशकलांनी गुणावें आणि शीघ्रकर्णामें भागावें, म्हणजे स्पष्टशर येतो.

चन्द्राच्या विक्षेप दोर्ग्याला विक्षेपानेंच गुणावें आणि त्रिज्येनें भागावें म्हणजे चन्द्राचा स्पष्टशर येईल. ५७.

स्पष्टीकरणः—स्पष्टशर साधन स्पष्टक्रान्ति साधनाच्या धर्तीवर आहे.

पातगति क्रान्तिवृत्तामध्ये (विलोम म्हणजे) उलट दिशेकडे असते. क्रान्तिवृत्त आणि पात वृत्तांतील कोन परमशरा इतका असतो. ग्रहांच्या पाताचें क्रान्तीवृत्तांतील स्थान निश्चित करण्याकरितां पाताला फलसंस्कार केलाच पाहिजे.

भोम—गुरु—शनि हे बहिर्वर्ती ग्रह असल्याने त्यांच्या पातास शीघ्रफळाचा संस्कार करण्यास सांगितलें आहे; आणि बुध शुक्र हे ग्रह अन्तर्वर्ती आहेत म्हणून त्यांच्या पाताला तृतीय मन्दफळाचा संस्कार केला म्हणजे काम भागते.

बुध शुक्र हे अन्तर्वर्ती ग्रह असल्याने त्यांची स्थिति कांहीं अंशी चन्द्राप्रमाणे असते. चन्द्र ज्याप्रमाणे शुक्र पक्षांत पहिल्याने चारपांच दिवस केवळ पश्चिमेकडेच दिसतो आणि पश्चिमेकडेच मावळतो; आणि मग कृष्ण पक्षांत शेवटचे चार दिवस फक्त पहाटेच पूर्वेकडे उगवतो आणि सूर्य उगवला म्हणजे छुप्त होतो; त्या प्रमाणे बुध शुक्र हे कांहीं दिवस किंवा कांहीं महिने सूर्यास्ता नंतर पश्चिमेकडे दिसतात. नंतर ते वक्री होऊन त्यांचा पश्चिमास्त होतो. त्यानंतर ते (व विशेषतः शुक्र) पूर्वेकडे सूर्योदयापूर्वी उगवून लागतात. कांहीं दिवस ते अधिकाधिक वर येतात. नंतर त्यांची वक्रगति संपून ते पुनः पूर्ण क्षितिजाकडे जाऊन लागून त्यांचा पूर्वेकडे अस्त होतो. अशा स्थितिमुळे बुध शुक्रांची व्ययस्या व स्पष्टीकरणाची रीति सिद्धान्तकारांनी भौम-गुरु-शनि त्यांच्यापेक्षा अगदी निराळीच योजिली आहे.

बुध-शुक्र हे रविला सोडून फार दूर जात नाहीत असे निश्चित आढळल्यामुळे रवि हेच सिद्धान्तकारांनी शीघ्रोच्च मानले आहे. शीघ्रोच्च म्हणजे ग्रहाची स्थिति विशेष स्पष्ट होण्याचे साधन. बुध शुक्र हे रवि मध्यवर्तीच असल्यामुळे त्यांचे नाक्षत्रभगण आणि शीघ्रोच्च भगण हे एकच ठरले. म्हणूनच मध्यमाधिकारांत त्यांचे शीघ्रोच्च भगण हेच नाक्षत्र भगण म्हणून दिले आहेत.

विवरणः—पाताची गति विलोम असल्यामुळे त्याचे स्थान मन्दस्पष्ट ग्रहावरूनच समजते म्हणून मन्दस्पष्टग्रह+चक्र शुद्धपात; (पात हा चक्रशुद्ध आहे म्हणून घन; नाहीतर द्रुणः); ∴ मन्दस्पष्टग्रह—पात हें उपकरण होतें, पण स्पष्टग्रह+शीघ्रफल विलोम=मन्दस्पष्टग्रह ∴ स्पष्टग्रह+विलोम शीघ्रफल—पात म्हणून स्पष्टग्रह—(पात+विलोम शीघ्रफल) हें उपकरण सिद्ध झाले. आतां बुध-शुक्रांसंबंधाने मन्दस्पष्टग्रह—पात; परंतु हे ग्रह शीघ्रोच्च स्पष्ट असतात म्हणूनः—

शीघ्रोच्च+तृतीय मन्दफल विलोम=मन्दस्पष्टग्रह.

∴ पातालाच तृतीय मन्दफल संस्कार उलट करण्यास सांगितले आहे.

∴ शीघ्रोच्च—(विलोम तृ. फ. संस्कृत पात) हें उपकरणहि सिद्ध झालें.

चन्द्राच्या पाताला संस्कार दिला पाहिजे परंतु तो न दिला तरी एकंदर फलामध्ये कला दीड कलेपेक्षां ज्यास्त फरक पडणार नाही, आणि तोहि अगदी क्वचित् म्हणून पाताने चन्द्र हेच चन्द्रशराचे उपकरण ठरले.

पानेन ग्रहावरून जी दोर्ज्या येते तिला विक्षेपदोर्ज्या म्हणतात. तिच्या स्पष्टीकरणाचे गणित क्रान्तिप्रमाणे आहेः—

स्पष्टग्रहाच्या संबधाने कर्ण म्हणजेच भू-कक्षेची त्रिज्या म्हणून—
कर्णान्तराला : जर परमशरासकला :

तर विक्षेपदोर्ज्या किती : उत्तर स्पष्टशर.

तारा किंवा संपात बिन्दू मध्यवृत्तावर आल्यापासून अगदी बरोबर २४ नाक्षत्र तासांनी तो पुनः तेथें येतो; म्हणून संपात मध्यवृत्तावर आला म्हणजे विषुवकाल शून्य (०) झाला. व संपातानंतर जी तारा जितक्या वेळानें मध्यान्हवृत्तारोहण करील तितका त्या तारेचा विषुव काल होय वर निर्दिष्ट केल्याप्रमाणें संपात किंवा स्थिर नक्षत्रें ह्यांचे मानानें पाहतां. सूर्य रोज ३ मिनिटें ५६ सेकंद इतक्या उशीरानें याम्योत्तर वृत्तावर येतो. ह्याचाच अर्थ असा कीं, सूर्याचें विषुवांश मध्यमगतिप्रमाणें रोज ३ मिनिटें ५६ सेकंद इतकें वाढतात.

आतां स्पष्ट सूर्योदय साधण्यासाठीं चर संस्कार केला पाहिजे त्याची साधनें (कोटिज्या) द्युज्या, व क्षितिज्या (म्हणजे कुज्या) हीं कशीं साध्य करावीं तें सांगतात.

क्रान्तेः क्रमोत्क्रमज्येद्वेकृत्वातत्रोत्क्रमज्यया ॥

हीनात्रिज्यादिनव्यासदलंतदक्षिणोत्तरम् ॥ ६० ॥

प्रहाच्या स्पष्ट क्रान्तिपासून त्या क्रान्तिची भुजज्या, उत्क्रमज्या साध्य करून (त्रिज्या उणे उत्क्रमज्या, या सारणें) कोटिज्याहि साधावी. अशा रीतिनें स्पष्ट क्रान्तिची जी कोटिज्या तीच त्या अहोरात्रवृत्ताची त्रिज्या असते. हिलाच द्युज्या म्हणतात. ही दक्षिण गोलार्त दक्षिण, आणि उत्तर गोलार्त उत्तरेचीं असते.

स्पष्टीकरणः—उत्क्रमज्या म्हणजे Versed Sine. हिची सारणि $1 - \cos \theta$ ही आहे. अर्थात् $1 - \text{Versed sine} = \cos \theta$ हें ओघानेंच ठरतें, हेंच सिद्धान्तकार सांगतात. नव्वद अंशांतून दोघ्येचें अंश वजा करून जो पूरककोन होईल त्याची भुजज्या तीच पहिल्या कोनाची कोटिज्या हा निर्णय पूर्वाचे ३०।३१ श्लोकांत । गितला आहे. त्यांत $\sin (180 - A) = \sin A$ हेंहि तत्त्व प्रथित आहे.

श्लोक ६१ हात “ चर ” संस्कार साध्य करण्याची रीति सांगतातः —

क्रान्तिज्याविषुवद्भाषीक्षितिज्याद्वादशोद्धृता ॥

त्रिज्यामुणाहोरात्रार्धकर्णाप्ताचरजासवः ॥ ६१ ॥

प्रहाची जी स्पष्ट क्रान्ति असेल तिची भुजज्या साधावी; आणि तिळा (त्याच स्थळाच्या) पलमेनें गुणून (त्या गुणाकारास) बारा (१२) ह्या संख्येनें भागावे. भागाकार येईल तो (तेथील अहोरात्र वृत्ताची) क्षितिज्या होईल. नंतर क्षितिज्येला त्रिज्येनें गुणून द्युज्येनें भागिलें असता चर—मुजाची दोर्ज्या येते. तिच्या (भुजकर्णा) इतके (उदयाचे) चरामु असतात. ६१.

स्पष्टीकरणः—चर साधन ह्या वास्तविक त्रिप्रश्नाधिकाराच्या विषयांपैकी आहे.

परंतु स्पष्टीकरणाशीच त्याचा संबंध असल्याकारणानें तो तेथें सांगितला आहे.

ध्रुवतारेकडे लक्ष ठेऊन दक्षिणेकडे चालले तर ध्रुवतारा खाली खाली क्षितिजा कडे उतरूं लागते. शेवटीं असे स्थळ येतें की, तेथून ध्रुवतारा क्षितिजाशींच चिकटलेली (अथवा संलग्न झालेली) दिसेल. ह्या स्थळाला भूविषुवावराल स्थळ म्हणतात. अशा सर्व स्थळांचा नकाशा पाहतां त्या सर्व स्थळांवरून आकाशांतील विषुववृत्त

जात आहे, असें दिसेल. विषुववृत्तस्थ स्थलांना निरक्ष देश म्हणतात. निरक्षदेशीं अक्षांश घून्य असतात, कारण अक्षांश तेथूनच मोजतात. तेथें आकाशस्थ विषुववृत्त प्रेक्षकाच्या अगदीं नीट डोक्यावरून एकाचा कमानीसारखें-पूर्व, क्षितिजापासून पश्चिमक्षितिजापर्यंत जातें. निरक्ष देशांत-सूर्य ग्रह, व तारा उगवल्यापासून बरोबर १२ तासांनीं किंवा तीस (३०) घटकांनीं मावळतात. केव्हाहि कमीज्यास्त वेळ होत नाही. ह्याचें कारण असें कीं, ज्या अहोरात्रवृत्तांतून (म्हणजे विषुवांशीं समान्तर अशा अक्ष वर्तुळांतून) रवि, ग्रह व तारे दैनंदिनगतिमुळे फिरतात त्या वर्तुळाचा बरोबर अर्धाच भाग निरक्ष प्रदेशीं प्रेक्षकास दिसतो. त्यामुळे दिनमानांत कमीजास्तपणा होत नाही. निरक्ष प्रदेशीं स्वस्वास्तिक बिन्दू डोक्यावरील विषुववृत्तातच असतो. आणि ध्रुवबिंदू क्षितिजांत छान असतो. निरक्ष देशांतून उत्तरेकडे येऊं लागले असतां ध्रुवतारा क्षितिजांतून वर वर चढते, आणि विषुवाची कमान दक्षिणेकडे कळते. ध्रुव तारा, जितकी क्षितिजाच्यावर तितक्याच मानानें विषुवाची कमान खाली दक्षिणेकडे झुकलेली असते ध्रुव तारा वर येणें ह्या प्रकाराळा तिचें उन्नतांश वाढत चालले असें म्हणतात. प्रेक्षकाचें स्थल जितके अंश विषुवाच्या उत्तरेस, तितकेच ध्रुव तारेचे उन्नतांश. ह्यावरून नियम ठरला कीं, ध्रुवाचे जे उन्नतांश तितकेच त्या स्थळाचे अक्षांश.

उत्तर अक्षांश स्थानीं उत्तरेकडील अहोरात्रवृत्ताचा जो भाग क्षितिजाच्या वर दिसतो तो निम्यापेक्षा ज्यास्त दिसतो आणि त्याच मानानें विषुवाच्या दक्षिणेकडील अहोरात्रवृत्ताचा जो भाग दिसतो तो निम्यापेक्षाहि कमी असतो त्यामुळे अक्षांश जितके उत्तरेचे; किंवा ग्रहाची उत्तर क्रान्ति जितकी अविक तितका तो ग्रह क्षितिजाच्यावर बारा तासापेक्षा ज्यास्त काळ राहिल; आणि दक्षिण क्रान्तिका, किंवा दक्षिण अहोरात्रवृत्तांतून फिरणारा ग्रह (उत्तर अक्षांशस्थ) प्रेक्षकास बारा तासापेक्षा कमी वेळ क्षितिजाच्यावर दिसेल. म्हणून आपल्या इकडे उत्तरायणांत दिनमान ज्यास्त, आणि दक्षिणायनांत रात्रिमान जास्त असतें. रवि, चंद्र, ग्रह किंवा तारा हे क्षितिजाच्यावर बारा तासापेक्षा जितके ज्यास्त वेळ राहतील त्या काळाचा जो निमा भाग त्याला चर संस्कार (काल) म्हणतात.

विषुववृत्ताचा जो आकार आहे त्यापेक्षा अहोरात्र वर्तुळाचा आकार क्रमशः कमी कमी होत होत ध्रुवस्थानीं तो शून्य होतो. तथापि सर्व अहोरात्रवृत्तांचें अक्षपरिभ्रमण ६० घटिका किंवा २४ तासांतच पुरे होतें.

निरक्षदेशीं ध्रुव हा क्षितिजाच्या परिघातच असतो. त्यामुळे पूर्वबिंदू आणि पश्चिम बिंदू ह्यांच्यामध्ये ध्रुवांतून निघून विषुवाशीं काटकोन करणारे जे महावृत्त किंवा महावर्तुळ तेहि क्षितिजांतच छान झालेले असतें, परंतु जसजसा ध्रुव बिन्दूवर येतो तसतसें व त्याच प्रमाणांत त्याच्याच बरोबर तें विषुवाशीं पूर्व-पश्चिम बिन्दूत काटकोन करणारे

वृत्तहि वर उचललें जातें. हा महावर्तुळाच्या उन्मंडल म्हणतात. उन्मण्डलाच्या आंत अहोरात्रवृत्ताचा जो भाग असतो तो बरोबर निमा असतो.

उत्तर अक्षांशप्रदेशांत अहोरात्रवर्तुळाचा जो अर्धापेक्षा जास्त भाग दृष्टीच्या टप्प्यांत येतो. त्यापासूनच चर-भुज साध्य होतो. तो जास्त भाग उन्मंडलाच्याहि पलिकडे क्षिति-जापर्यंतच दिसावयाचा. उत्तर अक्षांशात हा तुकडा क्षितिजाच्या वर दिसतो. उन्मण्डल आणि क्षितिज ह्यांच्या मधील जो अहोरात्रवृत्ताचा (किंवा अक्षांश वर्तुळाचा) तुकडा स्यालाच क्षितिज्या म्हणतात. ही क्षितिज्या दक्षिण गोलार्तात म्हणजे विषुवाच्या दक्षिणे-कडील प्रदेशांत क्षितिज्याच्या खालीं असतें.

मध्यान्हवृत्त किंवा मुख्य याम्योत्तरवृत्त ह्यांच्या योगानें खस्वस्तिकामध्ये अहोरात्र वृत्ताच्या द्वय भागाचे बरोबर दोन सारखे तुकडे पडतात; एक पूर्वविभाग आणि दुसरा पश्चिम विभाग. हा प्रत्येक तुकडा अहोरात्रवृत्ताच्या चतुर्थांशाइतका असतो.

चरसाधनाचा प्रकार सिद्धान्तगणितांत आणि आधुनिक पाश्चात्य गणितांत अगदी एकसारखाच आहे.

$$\frac{\text{पलमा}}{१२ \text{ अंगुले}} \text{ म्हणजे } \frac{\text{Shadow}}{12 \text{ Digits}} = \text{Tangent Latitude.}$$

घुज्या म्हणजे कान्तिची कोटिज्या (Cosine Declination) हें वर सांगितलेंच आहे.
आणि $\frac{\text{कान्तिज्या} \times \text{पलमा}}{१२} = \text{क्षितिज्या}; \text{म्हणून क्षितिज्या} \times \text{त्रिज्या} \div \text{घुज्या} = \text{चर-ज्या}.$

Ascensional Diff. कान्तिज्या = Sin Declination

$$\therefore \frac{\text{Sin Declination} \times \text{Shadow}}{\text{Cos Declination} \times 12} = \text{Sine Ascensional Difference.}$$

$$\therefore \text{Tan Declination} \times \text{Tan Latitude} = \text{Sin Ascensional Difference.}$$

घरील पद्धतीचें त्रैराशिक असें:—

१२ अंगुल कोटिमये : जर अमुक पलमा : : तर घुज्येला म्हणजे कान्ति कोटिला किती ? उत्तर; क्षितिज्या;

पुनः त्रैराशिक:—

अमुक घुज्येला : जर अमुक क्षितिज्या : : तर त्रिज्येला किती : ह्याचें उत्तर; चरज्या विषुववृत्तस्य स्थळी (म्हणजे निरक्षदेशी) जे रवि-चन्द्र-मह; नक्षत्रादिकांचे उदय-काल होतात त्यांना लङ्कोदय अशी संज्ञा आहे.

राशीचा मध्यान्हवृत्तछेदनकाल हा सर्वत्र लङ्कोदयाशी समान असतो; कारण उन्मण्डल आणि मध्याम्योत्तर म्हणजे मध्यान्हवृत्त) ह्यांतील अन्तर सर्वत्र सारलेंच असतें.

तत्कार्मुकमुदयक्रान्ताधनधानीपृथक्स्यते ॥

स्वाहोरात्रचतुर्भागेदिनरात्रिदलेस्मृते ॥ ६२ ॥

याम्यक्रान्ताविपर्यस्तेद्विगुणेतुदिनक्षपे ॥

विक्षेपयुक्तो नितयाक्रान्त्यामानमपि स्वके ॥ ६३ ॥

तत्त्वरज्याचें धनु करून त्याचें अमु करावें तें अमु अहोरात्राच्या चतुर्थांशांत क्रान्ति उत्तर असल्यास मिळवावें म्हणजे (उदयगनांतील) दिनार्ध येतें (त्यावरून दिनमान कळेल), यज्ञा केले असतां राज्यार्ध येईल. ६२.

क्रान्ति दक्षिण असल्यास उलट संस्कार करावा (अहोरात्र चतुर्थांशांत) यज्ञा करावें आणि राज्यार्धांत मिळवावें.

नक्षत्रांचीहि स्पष्ट क्रान्ति काढून हाच चर संस्कार केला असता त्यांचाहि उदयास्तकाळ काढता येतो. ६३.

स्पष्टीकरणः—सूर्य ज्या सायन राशींत असेल त्या राशीच्या उदयासुवरून चरज्येचें अमु येतात. सामान्य रीत्या चरभुज्याच्या जितक्या कला तितकेंच अमु मानल्यासहि दूरकत नाही. क्षितिज्या उत्तर गोलार्तात अधिकाधिक दृग्गोचर होते. म्हणून निरक्ष दिनार्धांत चरासु मिळवावें. येथें अहोरात्राचा चतुर्थांश सांगितला तो निरक्ष दिनार्ध होय.

चंद्र, ग्रह, ग्रह आणि नक्षत्रे ह्यांचा रवि सापेक्ष उदय काढावयाचा तर प्रथम त्यांच्या विपुलांशांत रविचें विपुलांश यज्ञा करावें. आणि त्यावेळेपासून दिनार्ध साधावें.

भमोगोऽष्टशतीलिप्ताः स्वाधिश्रीलास्तथा तिथेः ॥

ग्रहलिप्ताभमोगात्ताभानिश्चय्यादिनादिकम् ॥ ६४ ॥

—स्थिर नक्षत्राचा भोग (अ० स्थिर नक्षत्रांचा विभाग) ८०० कलांचा आहे तिथीचा विभाग ७२० कलांचा. (म्हणजे रवि चंद्रांचें अन्तर ७२० कलांइतकें झालें की तिथी पूर्ण होते) ग्रहांचा जो राशीभोग त्याच्या कला करून त्यांना ८०० नीं भागिले असतां भागाकार अक्षिण्यादि गत नक्षत्रसंख्या दर्शवितो. बाकी राहते ती वर्तमान नक्षत्राच्या मुक्तकला. मुक्तकला ८०० कलांतून यज्ञा केल्यास भोग्य कला किती राहिल्या तें कळेल. ग्रहाच्या दिनगतिवरून त्रैराशिकानें मुक्त आणि भोग्यदिन काढतां येतात. ६४.

स्पष्टीकरणः—उदयास्तादि आक्रमवृत्तस्य स्थितीचा संबंध विपुल आणि आक्रम ह्यांच्या परस्पर गुंतागुंतीचा असल्याकारणानें ग्रहगतिचे गणित संपातकोनाच्या त्रिकोणातून निष्पन्न होते म्हणूनच उदयास्तादि आणि ऋतुचक्रादि हे सायन असतात परंतु स्थिर-नक्षत्रांचे राशीपुंज हे निश्चल असल्यानें नक्षत्रविभाग आणि राशिविभाग हे निरयन घेतले पाहिजेत. आपल्या पंचांगांत नक्षत्रांशीं संबंध असलेल्या गोष्टी सूर्य निरयनच असतात. आणि नक्षत्र चक्राचा आरंभ रेवती पुंजातील निःशर तारेपासून होतो. रविवृन्दांचे अन्तर ३६० अंश किया २१६०० कला झाले म्हणजे ३० तिथि होतात. अर्थात् एक तिथीत ७२० समाधिष्ट असतात.

रवीन्दुयोगलिप्ताभ्योयोगाभोगभाजिताः ॥

गतागम्याश्चपटिघ्नाभुक्तियोगाप्तनाडिकाः ॥ ६५ ॥

श्लोक ६५—रविच्या भोगकला आणि चन्द्राच्या भोगकला ह्यांच्या बेरजेस ८०० कलांनी भागून भागाकार येईल ती संख्या विष्कंभ इत्यादि योगांची झाली बाकी राहील ती वर्तमान योगांच्या भुक्तकला. त्या ८०० वून बजा केल्यास बाकी राहील त्या भोग्य कला, [आठशें (८००) कला भोग होण्यास ६० घटका लागतात म्हणून] भुक्त-भोग कलाना ६० नी गुणून ८०० नें भागिलें असता योगाच्या भुक्त-भोग्य घटिका समजतात.

अर्कोनचन्द्रलिप्ताभ्यस्तिथयोभोगभाजिताः ॥

गतागम्याश्चपटिघ्नाभ्योभुक्त्यन्तरोद्भूताः ॥ ६६ ॥

श्लोक ६६—चन्द्राच्या भोगकलाभयें रविच्या भोगकला बजा कराव्या [म्हणजे रवि-चन्द्राचें अन्तर येईल त्यास] तिपभोगकलांनी भागिले म्हणजे भागाकार गततिथींची संख्या दर्शवितो. बाकी राहते त्या भुक्तकला. भुक्त-भोग्य कलांना ६० नी गुणून ७२० कलांनी भागिलें म्हणजे चाचू तिथीच्या भुक्त भोग्यघटिका येतात. ६६.

करण म्हणजे अर्धातिथी करणाचे दोन प्रकार आहेत. स्थिर-करणें, चल-करणें प्रथम स्थिरकरणें सांगतात.—

ध्रुवाणिशकुनिर्नागवृत्तीयंतुचतुष्पदम् ॥

किंस्तुप्रंतुचतुर्दश्याःकृष्णायाश्चापरार्धतः ॥ ६७ ॥

बवादीनिततःसप्तचराख्यकरणानिच ॥

मासेऽष्टकुत्वएकैककरणानांप्रवर्तते ॥ ६८ ॥

कृष्णपक्षातील १४ दशांच्या उत्तरार्धाळा शकुनि करण म्हणतात. अमायास्येच्या पूर्वार्धी नाग-करण; उत्तरार्धी चतुष्पद; आणि प्रतिपदेच्या पूर्वार्धी किंस्तुघ्न ह्याप्रमाणें चार करणें अगदी ओळीने येतात. ६७.

नंतर शुक्ल प्रतिपदेच्या उत्तरार्धापासून कृष्णचतुर्दशीच्या पूर्वार्धापर्यंत षष्ठ आदि सात करणें पुन पुनः ह्याप्रमाणें आठ वेळां येतात. म्हणूनच तीं चर करणें होत. एका चान्द्र मासांत सात करणाची आठवेळ पुनरावृत्ति होते. ६८.

तिथ्यर्द्धभोगसर्वेषांकरणानांप्रकल्पयेत् ॥

एपास्फुटगतिःप्रोक्ताक्षर्यादीनांखचारिणाम् ॥ ६९ ॥

तिथिचा अर्धभोग म्हणजे एक करण होते हा नियम सर्व करणाना लागू आहे. ह्याप्रमाणें हे मयासुरा, रवि-चंद्र आणि ग्रह ह्यांच्या स्थिति आणि गति स्पष्ट करण्याची रीति तुजला ह्या अध्यायांत सांगितली आहे. ६९.

स्पष्टाधिकार समाप्त.

(त्रिप्रश्नाधिकाराची भूमिका.)

स्पष्टगणिताची भूमिका अथवा पाया पाहता आकाश गोळाचें ज्ञान आणि आकाशस्थ गोळाचे वेध घेण्याची करामत हा आहे आकाशाचा गोळ किंवा आतील तारकापूर्ण निळी पोकळी निरनिराळ्या ठिकाणाहून निरनिराळ्या स्थितिची दिसते. तरी त्या स्थितिच्या दृश्यांतहि काहीतरी सारखेपणा आहे. पाहिली गोष्ट क्षितिज ही होय प्रत्येक भूभागाची दृश्यमर्यादा क्षितिज ही आहे ठिकाण जरा किंचित बदललें तरी क्षितिजहि बदलतें परंतु त्याचा कोणताहि भाग नष्ट होत नाही. क्षितिज अखण्ड आहे दुसरी गोष्ट म्हणजे क्षितिजाचा मध्यबिन्दू क्षितिज हें वर्तुळ आहे त्याचा मध्यबिन्दू प्रेक्षक उभा आहे तीच जागा, आणि त्याच्या अगदी डोक्यावरचा आकाशातील बिन्दू. त्याला स्व-स्वास्तिक म्हणतात त्याची खूण “स्” हें अक्षर होय. प्रहगणिताचा सबब आकाशाशी असल्याकारणानें क्षितिजाचा मध्यबिन्दू आकाशातीलच वेतला पाहिजे क्षितिज म्हणजेच भूक्षितिज आणि आकाश ह्यांचे ऐक्य म्हणून भूक्षितिज आणि आकाशक्षितिज हें एकच अर्थात् क्षितिजाचा मध्यबिन्दू आकाशातहि असणार ह्याला “ख-मध्य” असेंहि म्हणतात. ग्लासातील किंवा वाटलीतील पाण्याची पाणसळ (लेव्हल) ज्याप्रमाणें तीच कायम, मग तो ग्लास किंवा शिशी तुम्हां उभी, कलती, वाडरी वाटेळ तशी ठेवा, त्याप्रमाणें आकाश गोळ वाटेळ त्या स्थितीत असला तरी क्षितिजाची पाणसळ केव्हाहि (लेव्हल) तीच.

आकाशाची रूपरेषा चित्रित करताना प्रथमवर्तुळ काढायचें, कारण आकाश ही एक गोळ पोकळी आहे म्हणून वर्तुळाच्या मध्यबिन्दूतून जाणारी एक व्यास रेषा (पाणसळीत) काढावी. हेंच क्षितिज (आकृति पहा.) तीत क्षितिज (ज) रेषेने क्षितिज दाखविलें आहे वर्तुळाच्या कमानदार परिघाच्या शिरोभागी “स्” हा स्वस्वास्तिक बिन्दू दाखविला आहे ज्या आकृतिमध्ये क्षितिज दाखविलें असतें अशी कोणतीहि आकृति नेहमी ह्याच स्वरूपात असावयाची. त्यांत बदल नाही निरनिराळ्या स्थलानुरोधानें क्षितिज व खमध्य ह्यांच्या अपेक्षेनें ताच्याचें स्थान आकृतिमध्ये बदलेंलें दिसेल परंतु क्षितिज आणि खमध्य ह्यांची स्थिति आकृतिमध्ये केव्हाहि बदलणार नाही.

निरक्ष देशांत (म्हणजे विपुत्रवृत्ताखालील भू प्रदेशांत) गेलें असता विपुत्र हे प्रेक्षकाच्या डोक्यावर पूर्वपश्चिम कमानी सारखें दिसेल तीच कमाल आकृति मध्ये दाखविली आहे खमध्य अर्थातच त्याच्याच ठिकाणी असणार पण विपुत्रवृत्त हें मात्र खमध्यातून पूर्वपश्चिम जातें असें दिसेल, म्हणूनच विपुत्रापासून नेहमी नव्वद अशावर असणारे ध्रुव बिन्दू हें क्षितिजांतच दिसतील. विपुत्रवृत्ताशी समान्तर अशी जी अक्षाश वृत्त— (ज्यांना अहोरात्रवृत्तें हि म्हणतात.) तीं मात्र निरक्षदेशी क्षितिजाशी काटकोनात आहेत असें आढळेल.

विपुत्र हें (निरक्षदेशी) खमध्यातून पूर्वपश्चिम जातें म्हणून त्याच पातळीन सपाट, भूमि-वर सरळरेषा काढली तर तीहि त्याच्या पूर्व-पश्चिम बिन्दूतूनच जाईल. हे पूर्व-पश्चिम बिन्दू कोठल्याहि ठिकाणाहून पाहिले तरी क्षितिजामध्येच असणार. आकृति मध्ये त्यातील क्षितिजामध्ये “ध्रु”

(९) “ख-”पूर्व ह्या उम्बरेपेशी समान्तर असे उम्ब प्रत्येक अहोरात्र वृत्ताच्या याम्यो-
त्तरातील छेदबिन्दूपासून क्षितिजापर्यंत काढता येतात. ह्यांचा अहोरात्रार्शी याम्योत्तरामध्ये
जो कोन होतो ते अक्षांश अर्थात् जेव्हा विपुवच खमच्यातून जाते, किंवा क्षितिजार्शी एक-
रूप असते; तेव्हा अहोरात्र वृत्ताचा ह्या उम्बाशी कोनच होत नाही. म्हणून तेव्हा अक्षांशशून्य
किंवा नव्वद असतात.

ह्या प्रमाणे अक्षांश-निदर्शक असे जे जे कोन होतात त्यांचा विचार ह्या त्रिप्रश्नाधिकारात
केला आहे.

सूर्यस्थितातून क्षितिजाच्या (म्ह० क्षितिजवर्तुळाच्या) प्रत्येक अंश (कला) पर्यंत
कापिलेली जी क्षितिजार्शी उम्बररूप वर्तुळे त्यांना दिङ्मण्डले म्हणतात, तीं आकृतीमध्ये दाख-
विली आहेत.

विपुवाला जशी ध्रुवप्रोत वर्तुळे उम्ब, त्याप्रमाणे क्षितिजाला दिङ्मण्डले उम्बररूप असतात.

तारा, ग्रह आणि रवि-चन्द्र हे पृथ्वीच्या दैनंदिन-(अक्ष) भ्रमणामुळे दररोज कोणत्या-
तरी अहोरात्र वृत्तातून (अथवा विपुव)-समान्तर वृत्तातून पूर्व-पाश्चिम भ्रमण करितात. ह्यामुळेच
स्थिरनक्षत्राचा नाक्षत्रदिन आणि रविचा सावनदिन हे अनुमबास येतात. सावनदिन हाच
आपला व्यावहारिक दिवस असतो.

स्थिरनक्षत्रांना गति नसल्याने ती बरोबर समान्तर वृत्तातूनच फिरतात.

(फ) परंतु-रवि-चन्द्र आणि ग्रह ह्यांना स्वतःची गति (अहोरात्रवृत्तांशी न जमणारी
अशी) असते त्या कारणांने ते ज्या अहोरात्रावृत्तावर क्षितीबातून वर येतात त्याच अहोरात्र
वृत्तावर ते मावळत नाहीत. ही गति हिशेबात घेऊन त्यांचे स्थान ठरवावे लागते.

तथापि नुसत्या उपपत्तीच्या दृष्टिने ह्यांची गति हिशेबात घेण्याचे कारण नाही, फक्त
रवि-चन्द्र त्याच अहोरात्र वृत्तातून फिरत नाहीत येवढे प्यानांत असले म्हणजे पुरे.

सूर्य दररोज कोणत्याना कोणत्यातरी अहोरात्र (म्हणजे विपुव समान्तर) वृत्तातून
फिरतो. म्हणून सपाट (पाणसळ) जमीनीवर एका लाह-कील अगदी उभा (उम्ब) असा
रोंवून ठेवला तर त्याची छाया सूर्याच्या उलट बाजूकडे सकाळपासून संध्याकाळपर्यंत कोठेना
कोठेतरी पडेळच.

ही छाया सूर्य उगवताच प्रथम पश्चिमेकडे लांबवर पसरलेली पडते, नंतर सूर्य जसजसा
वर चढत जातो तसतशी कमी कमी होत सूर्य मग्यान्ही आला म्हणजे छाया (त्या दिवसाच्या
मानाने) अगदी कमीहोते. नंतर मग्यान्ही उलटल्यावर ती छाया पुनः बाजू लागते आणि
अस्ताच्या वेळी पुनः लांबच लांब अशी (परंतु सकाळच्या छायेच्या) अगदी उलट दिशेकडे
पसरते.

(ख) म्हणून दररोज किंवा चार चार दिवसांनी सूर्याची छाया मग्यान्हाच्या घोडावेळ
आगोदर आणि नंतर घोडावेळ पर्यंत अशी जमीनीवर बिम्बित केली म्हणजे दररोजच्या कमीत
कमी छायेचा बिन्दू कोणता ते विनचूक समजेल. आणि मग्यान्हीच्या वयला मुख्य याम्योत्तर
हे न बदलणारे असल्याने यावरून याम्योत्तराची दिशा सूक्ष्मपणे निश्चित होईल.

हे ध्रुवबिन्दु आणि "ख" हा विपुवाच्या कमानीचाहि मध्य आहे. विपुव हे पूर्वपश्चिम असल्याने त्याची पूर्ववाज्याची कोर "ख-पू" ह्या उम्बरेपेने दाखविली आहे. विपुवाशी जी समान्तर अक्षवृत्ते तीहि अर्थात्च उम्बरेपानीच दाखविली जातात. जो कोन विपुवाचा क्षितिजाशी असतो अक्षांशवृत्तांचा किंवा अहोरात्रवृत्तांचाहि क्षितिजाशी असेल. ध्रुव बिन्दू हे क्षितिजांतच जिरले असल्याने ध्रुवबिन्दूतून निघून विपुवाशी काटकोन करणारी जी ध्रुवसूत्रवृत्ते त्यांपैकी पूर्वबिन्दूतून जाणारे जे वृत्त तेहि क्षितिजाशीच एकरूप झालेले असते.

ही आकृति निरक्षदेशाची झाली. तेथे विपुवाच्या कमानीचा मध्य आणि खमध्य हे एकच असल्याने तेथे क्रान्ति झून्य असें समजतात म्हणूनच तो निरक्षदेश. विपुवाच्या एक अंशउत्तरेकडे गेले म्हणजे विपुवाच्या कमानीचा मध्य आणि खमध्य ह्यांत एक अंशाचें अन्तर पडेल; म्हणजे विपुवाची कमान खमध्याच्या दक्षिणेकडे एक अंश झुकले; आणि ध्रुव बिन्दू क्षितिजापासून एक अंश वर उचलून येईल. विपुवाच्या कमानीच्या दक्षिणेकडे जितक्या अंशाचा झुकावा, तितकाच उत्तर ध्रुवबिन्दू क्षितिजापासून वर उचललेला. म्हणून त्या स्थळाचे तितकेच अक्षांश अशी परिभाषा ठरली आहे. विपुव दक्षिणेकडे १९ अंश झुकले (म्हणजे विपुवाचे दक्षिण नतांश १९ झाले) तर उत्तर ध्रुव बिन्दू १९ अंशच क्षितिजाच्या वर उचललेला दिसेल. असें झाले म्हणजे त्या स्थळाचे अक्षांश उत्तरेचे १९ अंश असें सांगायें ही पद्धति वर सांगितलीच आहे. जशी विपुवाची कमान निरक्षदेशी खमध्यातून जात होती, त्याचप्रमाणे ध्रुवबिन्दूवर उचलतां उचलतां आणि विपुव खाली झुकतां झुकतां क्षितिजाशीं टेकले कीं ध्रुव बिन्दू खमध्याशी मिळतो. म्हणजे त्या ठिकाणचे अक्षांश ९० होऊन ध्रुवबिन्दू कोक्यावर येतो, विपुव आणि क्षितिज एकत्र होतें, आणि अहोरात्र वृत्ते क्षितिजाशी समान्तर राहतात. ही स्थिति आकृति मध्ये दिसेल.

आकृतिमध्ये निश्चित गोष्टी अशा दिसतात:—

- (१) क्षितिज रेखा ही नेहमी आडवी (पाणसळीत) असते.
- (२) 'ख' आणि पूर्व-बिन्दू ह्यांना सांधणारी रेखा क्षितिजाशी उन्व असून ती क्षितिजरेषेच्या मधीमध असते.
- (३) अहोरात्रवृत्ते अथवा अक्षांशवृत्ते विपुवाशी समान्तर असतात.
- (४) ध्रुववृत्ते ही विपुवाशी आणि अहोरात्र वृत्ताशी काटकोनच करितात.
- (५) पूर्वबिन्दूतून जाणारे जे ध्रुव-सूत्र किंवा ध्रुववृत्त त्याला उन्मण्डल म्हणतात; आणि "ख" स्थितिकांतून जाणारे जे ध्रुवसूत्र ते दक्षिणोत्तर अथवा याम्योत्तर होय.
- (६) जितके विपुवाचे नतांश तितकेच ध्रुवाचे उन्नतांश आणि तितकेच त्या स्थळाचे अक्षांश.
- (७) उन्मण्डलाचा क्षितिजाशी किंवा, विपुवाच्या कमानीचा ख-मध्याशी जो कोन तेच अक्षांश. (असे आकृतीच्या योगाने स्पष्ट दिसते).
- (८) वर (२) मध्ये दर्शविलेली जी "ख-" पूर्वबिन्दूरूप उम्बरेखा तिच्याशी अहोरात्रवृत्तांचा जो कोन तेहि अक्षांश.

(९) “रु-”पूर्व ह्या लम्बरेषेची समान्तर असे लम्ब प्रत्येक अहोरात्र वृत्ताच्या याम्यो-
चरातील छेदविन्दुपासून क्षितिजापर्यंत काढतां येतात. ह्यांचा अहोरात्रार्शी याम्योत्तरामध्ये
जे कोन होतो ते अक्षांश अर्थात् जेव्हा विपुवच समध्यातून जाते, किंवा क्षितिजार्शी एक-
रूप असते; तेव्हा अहोरात्र वृत्ताचा ह्या लम्बाशी कोनच होत नाही म्हणून तेव्हा अक्षांशशून्य
किंवा नव्वद असतात.

ह्या प्रमाणे अक्षांश निदर्शक असे जे जे कोन होतात त्यांचा विचार ह्या त्रिप्रश्नाधिकारांत
केला आहे.

रुस्वस्तिकांतून क्षितिजाच्या (म्ह० क्षितिजमृत्ताच्या) प्रत्येक अंश (कला) पर्यंत
कल्पिलेली जी क्षितिजार्शी लम्बरूप वर्तुळे त्यांना दिङ्मण्डले म्हणतात. ती आकृतीमध्ये दाख-
विली आहेत.

१ विपुवाटा जशी ध्रुवप्रोत वर्तुळे लम्ब, त्याप्रमाणे क्षितिजाचा दिङ्मण्डले लम्बरूप असतात.
तारा, ग्रह आणि रवि-चन्द्र हे पृथ्वीच्या दैनंदिन—(अक्ष) भ्रमणामुळे दररोज कोणत्या-
तरी अहोरात्र वृत्तातून (अथवा विपुव)—समान्तर वृत्तातून पूर्व-पश्चिम भ्रमण करितात. ह्यामुळेच
स्थिरनक्षत्रांचा नाक्षत्रादिन आणि रविचा सावनदिन हे अनुभवास येतात. सावनदिन हाच
आपला व्यावहारिक दिवस असतो.

स्थिरनक्षत्रांना गति नसल्याने ती प्रत्येक समान्तर वृत्तातूनच फिरतात.

(क) परतु-रवि-चन्द्र आणि ग्रह ह्यांना स्वतःची गति (अहोरात्रवृत्तांशी न जमणारी
अशी) असते त्या कारणांने ते ज्या अहोरात्रवृत्तावर क्षितिजातून वर येतात त्याच अहोरात्र
वृत्तावर ते जावळत नाहीत. ही गति हिशेबात घेऊन त्यांचे स्थान ठरवावे लागते.

तथापि नुसत्या उपपत्तीच्या दृष्टिने ह्यांची गति हिशेबात घेण्याचे कारण नाही, फक्त
रवि-चन्द्र त्याच अहोरात्र वृत्तातून फिरत नाहीत येवढे ध्यानांत असले म्हणजे पुरे.

सूर्य दररोज कोणत्याना कोणत्यातरी अहोरात्र (म्हणजे विपुव समान्तर) वृत्तातून
फिरतो. म्हणून सपाट (पाणसळ) जमीनीवर एक लांब-कोळ अगदी उभा (लम्ब) असा
रोबून ठेवला तर त्याची छाया सूर्याच्या उलट बाजूकडे सकाळपासून संध्याकाळपर्यंत कोठेना
कोठे तरी पडेलच.

ही छाया सूर्य उगवताच प्रथम पश्चिमेकडे लांबवर पसरलेली पडते, नंतर सूर्य जसजसा
वर चढत जातो तसतशी कमी कमी होत सूर्य मध्यान्ही आला म्हणजे छाया (त्या दिवसाच्या
मानाने) अगदी कमीहोते नंतर मध्यान्ह उलटल्यावर ती छाया पुन बाह्य लागते आणि
अस्ताच्या वेळी पुन लांबच लांब अशी (परतु सकाळच्या छायेच्या) अगदी उलट दिशेकडे
पसरते.

(ख) म्हणून दररोज किंवा चार चार दिवसांनी सूर्याची छाया मध्यान्हाच्या थोड्यावेळ
आगोदर आणि नंतर थोड्यावेळ पर्यंत अशी जमीनीवर चिन्हित केली म्हणजे दररोजच्या कमीत
कमी छायेचा विन्दू कोणता ते विनचूक समजेल. आणि मध्यान्हहून अथवा मुख्य याम्योत्तर
हे न बदलणारे असल्याने यावरून याम्योत्तराची दिशा सूक्ष्मपणे निश्चित होईल.

अक्षांशकोनाच्या प्रचाराप्रमाणे छायेचा विचारहि त्रिप्रश्नाधिकारामध्ये येतो.

छायासाधन हे सूर्यचन्द्राच्या प्रकाशात करता येते आणि ज्याच्या जवळ तिरोरीक्षण (दुर्बीण) नसेल त्यांना छायासाधनासारखे कमीसर्वांचे परंतु सूक्ष्म आणि निश्चित असे दुसरे साधन नाही.

ज्ञात चूक असण्याचा सभय येवदाच की, भूभाग अगदी सपाट असा करता आला पाहिजे आणि तिच्यामध्ये अगदी सरळ बारीक लोहकील पूर्णपणे ओळज्यात राहील असा बसला पाहिजे.

परंतु ही अडचण तिरोरीक्षणाना (दुर्बीणानाहि) लागू आहेत.

(ग) दुसरे साधन क्षितिजापासूनचे उन्नतांश, किंवा ख मध्यापासूनचे नतांश मोजता येईल असे नतोन्नत पत्र हे काम तुरीय यन्त्रानेहि होतें.

मोठमोठ्या वेधशालांतून हे काम भित्तियन्त्राने किंवा अधिक्रमण यन्त्राने दुर्बीणाने करितात.

वेध घ्यावयाची प्राथमिक साधने (अधिक्रमणयत्र आणि अग्रमापनयत्र, आणि त्यादिपेक्षा सुलभ अशी) छायायत्र. नतोन्नतयत्राविषयी वर्णन देण्यापेक्षा ते पाहण्यानेच त्याची सुगमता लक्षात येईल.

छायेने रविचन्द्राचे नतांश कळतात. उम्या लोहकीलाचें टोंक (ते आकाशाला मिडेल तो पर्यंत उच वाढविले अशी कल्पना केल्यास) खस्तस्तिक्काला टेकेल. अर्पात तो लहानसा भूमिच्या सपाटांला लग्न असतो. त्याची उंची कोणत्याहि मापाने चारा घराब्याची. मग बारा अङ्गुलें, बारातसू, (बारा इंच) काय वाटेळ ते माप घ्या अशा दृष्टीने आकृति (पहा) पाहिल्यास लोहकीलाची छाया कशी पडते ते लक्षात येईल त्या आकृतिमध्ये लोहकील ही निश्चित उंची कील रोंपला आहे तेथे क हा काटकोन छाया (म्हणजे तिची लांबी) हा भुज आणि रविकिरण हा कर्ण असल्याने न क या हा वाटकोनी छाया त्रिकोण झाला. छाया हे प्रमाण बिनचूक समजतें. व तो लोहकील प्रमाणांक “न” ह्या कोनाची स्पर्शरेषा होतो व त्याकारणाने “न” कोनहि कळतो. “ख” मध्यापासून रवि मुक्ता असल्याने “न” कोन हा रविचा नतांश कोन होय आणि रवि ज्या दिशेी विपुलावर असेल त्या दिशेीच्या छायेने विपुलाचे नतांश कळतात व (६) प्रमाणे तेच अक्षांश असतात.

ह्याप्रमाणे मध्यान्धलायेने सुगोलांतील अनेक काटकोन त्रिकोणाचीं माने समजतात. आणि त्रिप्रश्नाधिकाराचा हेतूहि तोच आहे अशा त्रिकोणामध्ये कोणत्या तरी एका कोनाच्या टोकाशी स्पष्टग्रह असतो म्हणून स्पष्टग्रह साधना नंतरच त्रिप्रश्नाधिकार घेतला. त्रिप्रश्न म्हणजे तीन मुख्य साधने तीं काल, दिक् आणि प्रेक्षकाचें किंवा आकाशज्योतिचे स्थान ह्यांचे परस्पर संबंध निश्चित करणे हेच त्रिप्रश्नाधिकाराचें उद्दिष्ट आहे.

ग्रमेयें.

भूमितिची जी ग्रमेयें जम्यासकांस उत्तम अवगत आहेत असे सिद्धांतकार समजतात त्यांपैकी काहीं ग्रमेयें.

(१) एकाच वर्तुळाच्या सर्व त्रिज्या परस्परांशी (लंबांच्या दृष्टीने) तंतोतंत बरोबर असतात.

(२) निश्चित परिमाणांतील कोन त्याच जातीच्या परिमाणांतील कोनांशी बरोबर असतात. उदारणार्थ कोणत्याहि समभुज त्रिकोणाचा कोणताहि कोन एका काटकोनाच्या ३ असतो.

कोणत्याहि चौरसाचा (म्हणजे काटकोन समभुज चौकोनाचा) प्रत्येक कोन हा काटकोन असतो;

(३) सर्व काटकोन परस्परांशी बरोबर असतात.

(४) समान्तरचौकोनाच्या समोरासमोरील बाजू परस्परांशी बरोबर असतात. तसेच समोरासमोरील कोन बरोबर असतात.

(५) सरळरेषानी परस्परांचा छेद केल्यास (छेदाच्या ठिकाणी होणाऱ्या चार कोनांपैकी) समोरा समोरील कोन परस्परांशी बरोबर असतात.

ह्या कोनांस अभिमुख (opposite) कोन म्हणतात.

(६) समान्तर चौकोनाचेपरस्परांच्या समोरील (म्ह० परस्पराभिमुख) कोन सरळ रेषेने जोडले म्हणजे त्या रेषेला आयाम (Diagonal) म्हणतात.

ही आयाम-रेषा आणि चौकोनाची कोणतीही बाजू यांचा कोन, आणि त्याच बाजूच्या अगदी समोरची बाजू आणि आयाम. रेषा ह्यांचा कोन, हे परस्परांशी बरोबर असतात. अशा कोनांना परिवर्ती कोन (Alternate angles) म्हणतात.

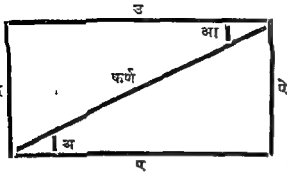
(७) एका त्रिकोणाच्या कोणत्याहि बाजू त्याच्याशी समकोन अशा दुसऱ्या त्रिकोणाच्या बाजूशी अनुक्रमाने प्रमाणबद्ध असतात. ह्यांना प्रमाण-मित (proportional) बाजू म्हणतात.

(८) कोणत्याहि काटकोनी त्रिकोणांत काटकोनासमोरील (अ) बाजूस कर्ण म्हणतात. आणि उपाच्यामधे काटकोन असतो त्या रेषांना कोनाचे बाहू म्हणतात.

(आ) काटकोन त्रिकोणांतील कोणत्याहि एका बाहूला भुजरेषा अथवा भुजच्या म्हटले-तर दुसऱ्या बाहूला कोटि असे म्हणावयाचे. आणि कोटिला भुजच्या म्हटले तर भुजयेला कोटि म्हणावयाचे, परंतु

(इ) कर्ण आणि कोणताहि बाहू ह्या मधील कोनाच्या समोरची जी बाजू तां त्याच कोनाची भुजच्या असते आणि खुद त्या कोनाचा बाहू ही कोटिच्या यांत मात्र अदलाबदल कधी न्हावयाची नाही. कोनाच्या लगतचा बाहू ही कोटिच्या आणि कोनासमोरचा बाहू भुजच्या. तेव्हां

(ई) $\text{कर्ण}^2 = \text{भुजच्या}^2 + \text{कोटिच्या}^2$ किंवा
 $\text{भुजच्या}^2 = \text{कर्ण}^2 - \text{कोटिच्या}^2$; आणि
 $\text{कोटिच्या}^2 = \text{कर्ण}^2 - \text{भुजच्या}^2$.



आ कोनाची भुजज्या, इ
आणि कोटिज्या, उ.

अ कोनाची भुजज्या, ऐ;
आणि कोटिज्या, ए.

भुजज्या कोटक

अंश	भुजज्या कला	कोटिज्या कला	उत्क्रमज्या कला	अंश	भुजज्या कला	कोटिज्या कला	उत्क्रमज्या कला
०	०	(३४३८)	०	१९	११२०.७		
१	५८.४			२०	११७५.७९		
२	११६.८९			२१	१२३०.८		
३	१७८.७			२२	१२८९.२५		
३	(२२५)	(३४३१)	७	२२	(१३१५)	(३१७७)	२६१
४	२४०.६			२३	१३४४.२५		
५	२९९.१			२४	१३९९.२६		
६	३५९			२५	१४५५.२७		
७	४१९.४			२६	१५०५.८		
७	(४४९)	(३४०९)	२९	२६	(१५२०)	(३०८४)	३५४
८	४७७.८			२७	१५६०.८		
९	५३६.३			२८	१६१५.८		
१०	५५२.२			२९	१६६७.४३		
११	६५६.६			३०	(१७१९)	(२९७७)	४६१
११	(६७१)	(३३७२)	६६	३१	१७७७.५७		
१२	७१५.१			३२	१८२२.१४		
१३	७७३.५			३३	१८७३.७१		
१४	८३१.९			३३	(१९१०)	(२८५९)	५७९
१५	(८९०.४)	(३३२१)	११७	३४	१९२५.२८		
१६	९४८.८			३५	१९७३.४१		
१७	१००३.९			३६	२०२१.५४		
१८	१०६२.३			३७	२०६९.८७		
१८	(११०५)	(३२५६)	१८२	३७	(२०९३)	(२७२८)	७१०

॥ अथ त्रिप्रश्नाधिकारः ॥

शिलातलेऽबुसंशुद्धेवज्जलेपेऽपिवासमे ॥

तत्रशंकुलैरिष्टैः सममण्डलमालिखेत् ॥ १ ॥

प्रथमतः. एका घोंटाव फरसबन्दीवर किंवा सीमेंट संघळा लावून घोटलेल्या चुनेगच्ची जमिनीवर—ती फरसबन्दी अथवा जमीन निखालस पाणसर्ळीत आहे अशी अगोदर खात्री करून काही विशिष्ट त्रिज्येने एक वर्तुळ काढावें. ही त्रिज्या एका लोहकीला इतक्या लांबीची असावी. हा लोहकील (अथवा लोखण्डाची सरळ सर्ळई) सामान्यतः बारा अंगुळे उंचीचा असतो.— (ह्याला शंकु म्हणतात.) ह्या वर्तुळाला सममण्डल म्हणतात.— ?

असा हा लोहकील त्या वर्तुळाच्या मध्यबिंदूत अगदी सरळ उभा ओळंम्यांत राहील असा रोवावा. [शंकूची उंची कितीहि असली तरी ती “ बारा ” आहे असे समजून त्या मानानें मोजणी करावी.]

तन्मध्येस्थापयेच्छंकुकल्पनाद्वादशाङ्गुलम् ॥

तच्छायायाम्स्पृशेद्यत्रवृत्तेपूर्वापरार्धयोः ॥ २ ॥

तत्रविन्दू विधायोभौवृत्तेपूर्वापरार्धयोः ॥

तन्मध्येतिमिनारेखाकर्तव्यादक्षिणोत्तरा ॥ ३ ॥

याम्योत्तरदिशोर्मध्येतिमिनापूर्वपश्चिमा ॥

दिङ्मध्यमत्स्यैः संसाध्याविदिशस्तद्वदेवहि ॥ ४ ॥

लोहकीलाच्या टोकाची छाया मध्यान्हपूर्वा एकदा, आणि मध्यान्हानन्तर एकदा याप्रमाणें दिवसातून दोन वेळ त्या सममण्डलाला (वर्तुळ परिघाला) जेथे स्पर्श करील, त्या ठिकाणें बरोबर खुणा करून ठेवाव्या. ह्या खुणा सरळ रेषेने जोडल्यास ती (सुमाराची) पूर्व-पश्चिम दिशा-दर्शक अशी रेषा होईल. (परंतु तिला क्रांति—संस्कार करावा. तेव्हाच ती बरोबर पूर्वापर दर्शक होईल). ह्या पूर्वापर रेषेला काटकोनांत दुसरी रेषा कंपासानें काटली म्हणजे ती दक्षिणोत्तर दिशा—दर्शक होते.—३

किंवा प्रथमतः छायेनेच दक्षिणोत्तर दिशा बरोबर निश्चित करून तिच्यावरून कंपासानें पूर्वापर रेषा ठरवून घ्यावी. नंतर ह्या चार दिशांच्या मधील दुसऱ्या दिशादि रेषांनी आग्याऱ्या—४.

स्पष्टीकरणः—दिशासाधन अगदी विनचूक होणे हेंच वेध घ्याव्याचे प्रथम साधन आहे. ह्यांत कल्पकता आणि सराव ह्यांचाच उपयोग आहे. आदल्या अनुमरास असे आले आहे की, पूर्वापर दिशा ठरविण्यापेक्षा दक्षिणोत्तर दिशासाधन करणे हें सातळें त्यांत कमी त्रासाचें आहे. शंकूची छाया ही रोज एका त्रिशिष्ट प्रकारची वयरोपा दाखविते. त्यांत शंकु मूलापासून जो अत्यंत जमळचा बिन्दू तो दक्षिणोत्तर दिशेंत असतो. ह्याप्रमाणें एक दोन आठवडे हे बिन्दू खुणांनी ठाम केल्यास याम्योत्तर रेषा विनचूक सांपडते. ह्यांपासूनानेहि दिशासाधन केल्यास खूपप्रमाने दक्षिणोत्तर दिशा समजेल.

सूर्य हा विपुवृत्तावर दोन दिवसांपेक्षा कांही कमीच इतका वेळ असतो. बाकीच्या दिवसांत तो विपुवाच्या उत्तरेस किंवा दक्षिणेस असतो म्हणून वर लिहिल्याप्रमाणे सम-मण्डल वृत्तावर जरी खुणा केल्या तरी त्यांना जोडणारी रेखा नेमकी पूर्वापर वृत्तावर येत नाही. त्यांत थोडे अंतर पडते; तरी २२ जून आणि २२ डिसेंबर ह्या अयन संधीच्या-वेळीं रवीची क्रान्ति अगदीं थोडी असते, त्या वेळीं दिशासाधन केल्यास ते पुष्कळच निमचूक होईल. इतर दिवशीं क्रान्तिच्या आधिक्यामुळे पूर्वाण्दिचा छायास्पर्श अपराण्दिच्या छायास्पर्श शिन्दूच्या अगदीं नेमका उलट दिशेन नसतो. म्हणून मास्कराचार्यानीं क्रान्ति-संस्कार सांगितला आहे तो करावा.

चतुरस्रं वहिः कुर्यात्सूत्रैर्मध्याद्विनिगतैः ॥

भुजसूत्राङ्गुलैस्तत्रदक्षैरिष्ट प्रमास्मृता ॥ ५ ॥

पूर्वापररेखा आणि याम्योत्तरेखा ज्या ठिकाणीं सममण्डलास छेदन करतात त्या ठिकाणी त्या वर्तुळास स्पर्शरेखा काढून एक चौरस चौकोन (ज्याच्या बाजू समसमान आणि कोन काट-कोन असा) आलावा. ह्याच चौरसामध्ये शंकूची छाया दररोज मध्यान्हीं (सूर्य) नताशाच्या दोर्जे (gino) इतकी लांब पडेल. तिचा इष्टछाया म्हणतात.—५.

प्राक्पश्चिमाश्रितारेखाप्रोच्यते सममण्डलम् ॥

उन्मण्डलं च विपुवन्मण्डलं परिकीर्त्यते ॥ ६ ॥

ह्याच पूर्वापर (म्हणजे पूर्वपश्चिम दिशादर्शक) रेखा सममण्डल म्हणतात. पूर्वपश्चिम शिन्दूतून जाणारे जे भ्रम-प्रोतवृत्त त्याला उन्मण्डल, आणि विपुवाला विपुवमण्डल म्हणतात.—६.

रेखाप्राच्यपरासाध्याविपुवद्वाग्रगातया ॥

इष्टच्छायाविपुवतोर्मध्यमग्राभिधीयते ॥ ७ ॥

मध्यान्हीं शंकूछाया वरोवर याम्योत्तरावरच पडली पाहिजे; आणि अशा रीतीने याम्यो-त्तरावरील छायाप्र शिन्दूतून पूर्वापर रेखा समान्तर अशी दुसरी एक सरळरेखा काढली आणि ती सममण्डल वर्तुळाच्या परिघापर्यंत भिडविळी तर पूर्वावेदू आणि इतर कोणत्याहि दिवशीची छाया ह्यांच्यातील दक्षिणोत्तर अंतराचा अग्रा म्हणतात.

स्पष्टीकरण:—श्लोक ७ ह्याचे पूर्वी श्लोक १२ चें उत्तरार्थ “ एवं विपुवती छाया स्वदेशे या दिनार्धजा ” ॥ इत्यादि श्लोक पाहिजे होता. कारण पलमा म्हणजे काय हे प्रथम सांगितले पाहिजे. परंतु श्लोकांची उलटापाळट झाली आहे असे दिसते. संदर्भ नसताना “ त्रिगत कृत्यो युगे मानां चक्रं प्राग् अवलम्बते ” हे अयनांशाचे श्लोक आले आहेत ते विलग दिसतात.

सूर्य विपुवृत्तावर येतो त्याच दिवशीं लोहकीलाच्या मयान्द छायेची जी अद्गु-लात्मक लांबी ती पलमा अशी परिभाषित संज्ञा ठरली आहे. विपुवावर अग्रा क्रान्ति इतकी असते, नंतर ती वाढत जाते.

“ अग्रा ” ह्या संज्ञेला इंग्लिशमध्ये Amplitude म्हणतात.

शङ्कुछायाकृतिमुतेर्मूलकर्णोऽस्यवर्गतः ॥

श्रोज्ज्यशङ्कुकृतिमूलं छायाशङ्कुर्विपर्यात् ॥ ८ ॥

[शङ्कु. तशीच त्याची (मव्यान्ह) छाया, आणि (शङ्कुचें अग्र व छायाग्र) छाना जोडणारे कर्णसूत्र हा एक काटकोन त्रिकोण होतो म्हणून] शङ्कुचा वर्ग आणि छायेचा वर्ग ह्यांच्या बेरजेच्या उर्गमूळाइतकी लांबी छायाकर्णाची असते. तसेंच छायाकर्णाच्या वर्गातून शङ्कुवर्ग वजा करून राडिटेल्पा बाकीच्या उर्गमूळाइतकी छायेची लांबी असते, आणि उलट कर्णवर्गातून छायावर्ग वजा करून वर्गमूल काढल्यास शङ्कुची उंची मिळते. — ८.

स्पष्टीकरणः—काटकोन त्रिकोणाचें हें अत्यंत महत्वाचें प्रमेय गणितपारावारीण भास्कराचार्य ह्यांनी लीलावतीमध्ये क्षेत्र-व्यवहाराध्यायात विशद केले आहे. युरोपात हें प्रमेय युक्लिडने भूमितीमध्ये पु १ अथि १८ यात सिद्ध केले आहे वास्तविक हें प्रमेय काटकोन त्रिकोण, विशालकोन त्रिकोण आणि लघुकोन त्रिकोण हात निभावले गेले असून त्या सर्गांचा इत्यर्थ लीलावतीमध्ये आहे

त्रिशतकृत्योयुगेभानांचक्रंप्रावपरिलम्बते ॥

तद्गुणाद्भदिनैर्भक्ताद्युगणाद्यदवाप्यते ॥ ९ ॥

तदोस्त्रिमादशाप्तांशविज्ञेयाअयनाभिधाः ॥

तत्संस्कृतात्प्रहात्क्रान्तिच्छायाचरदलादिकम् ॥ १० ॥

ज्ञात छायाक आणि अयनांश ह्यांचा विचार आहे तो असा.—

एका महायुगामध्ये (४३२०००० वर्षांमध्ये) हें (आरुमनृतस्य) नक्षत्रचक्र (लम्बक्रा-प्रमाणें) पूर्वेकडे सरतें [आणि (पुन मागे हटून) तितकेंच पश्चिमेकडेहि झुकतें] याप्रमाणें त्याचे हेलकारें ६०० होतात. म्हणून ह्या (६००) सव्येनें युगणाला (म्हणजे इष्ट अहर्गणाला) शुणून युगाकरास महायुगातील सातन दिन सव्येनें भागिलें असतां (इतर भगनाप्रमाणें) अशादि भगण येतात. त्याचा मुज करून त्याचे ३६५ केले म्हणजे अयनांश येतात. स्पष्ट सूर्याला व ग्रहाना ह्यांचा संस्कार केल्यानंतर त्याची स्पष्ट क्रान्ति, छाया, चरसंस्कार, आणि आपन दृक्कर्ष इत्यादि प्रकार साथ्य होतात

स्पष्टीकरण —अयनांश म्हणजे काय तें येथें सांगितलें वास्तविक सूर्य जसा व्यवहारात निथळ, स्थिर आहे, त्याप्रमाणें नक्षत्रचक्र हें त्याहिपेक्षा अधिक स्थिर आहे. वस्तुतः पृथ्वीच्या अक्ष आन्दोलमानें सपात चलन उत्पन्न होतें. त्याचाला आरोप नक्षत्र-चक्रावर केला आहे वास्तविकरणें विपुल मण्डलच मागे सरकतें असें असता आरुमनृताच पुढें मागे हेलखाने खाते असें येथें सांगितलें आहे. सपाताचें चलन एकसारखें आरुमनृताचन पूर्वेकडोन पश्चिमेकडे सतत चालू आहे. सूर्य एकदां सपाती आल्यापासून पुन त्याच जागीं येण्याचे अगोदर संपात बिन्दूच सूर्याकडे मागे सरतो त्यायोगानें सांपातिक वर्ष ३६५ दिवस ५ तास ४७ मिनिटे ४९ सेकंद, म्हणजे निथळ नक्षत्र वर्ष मानापेक्षा २० मिनिटे २० सेकंद

इतक्याने कमी आहे, अथवा गतिच्या दृष्टीने ५०" २ (विकला) इतकी उणीव पूर्ण प्रदक्षिणेत दरवर्षी रहाते, त्यामुळे सुमारे ७१।७२ वर्षांमध्ये एक अशाची कसर पूर्ण प्रदक्षिणेमध्ये उरते. हेच अयनांश. ऋतुचक्राचे परिभ्रमण सांपातिक मानाप्रमाणे आहे, आणि आपले चैत्रादि महिने नाक्षत्र असल्याने आपले नाक्षत्र वर्षमान तत्सुत आणि वस्तुतः (निश्चल) आहे. परंतु नाक्षत्र वर्षाचे मान वेधाने निश्चित समजण्यास शेंकडों वर्षे लागतात म्हणून वेधास अगदी सुलभ असे सांपातिक वर्षमानच वेदकाळी प्रचारात होते परंतु त्याचा मेळ फार चातुर्याने स्थिर नाक्षत्र चक्राशी घातला होता. सूर्याचे स्थान एकच परंतु सपातापासून केलेले मापन, आणि निश्चल आरभ स्थानापासून केलेले मापन ह्यात जी तफावत पडते

तिलाच अयनांश म्हणतात.

ग्रह गणित सांपातिक मापनाने करण्यास सुलभ जाते. तेव्हा गणितसौकर्यासाठी आणि भूमध्य गणिताच्या स्पष्टतेसाठी ग्रह सायन करावे लागतात म्हणून येथे अयनांश प्रकरणाचा उल्लेख केला आहे.

सूर्यसिद्धान्त दोन आहेत एक बराहमिहिराचार्यांनी संपादन केलेला आणि दुसरा हा आपणापुढे आहे तो. हा दुसरा सूर्यसिद्धान्त मयासुराला इकडील विद्वानांनी शिकविला. बराहमिहिराचार्यांनी संपादित जो सिद्धान्त तो बराच जुटित आणि अपपाटांनी दूषित झालेला आहे तथापि तो मूलसिद्धान्त आणि हा प्रचलित सिद्धान्त हे दोन्हीही प्राचीनच आहेत कोणी मूलसूर्यसिद्धान्त हा बराहमिहिरानेच बनविला किंवा रचला असे म्हणतात; परंतु हे म्हणणे वस्तुस्थितिचा विपर्यास आहे. ह्याचे सागोपांग विवेचन येथे अप्रस्तुत आहे म्हणून अधिक लिहित नाही बराह संपादित सिद्धान्त निदान शककाळारभीचा तरी आहे, तथापि त्याच्यामध्ये काही प्रक्षिप्त मागहि आहे. आणि तो स्पष्ट दाखविता येतो हा प्रचलित सिद्धान्तहि मूल सिद्धान्ताला धरून दुसऱ्या कोणी विद्वानाने संपादन केला आहे.

हा प्रचलित सिद्धान्त ज्या काळी प्रकाशित किंवा प्रसिद्ध झाला त्या वेळी अयनांश शून्य होते किंवा जवळ जवळ शून्य होते. म्हणून मेघसंक्रमण आणि तुलासंक्रमण हेच विपुल दिन मानले आहेत अयनांशाच्या प्रश्नाचा गूळ प्रथामध्ये योग्य स्थळी समावेश नाही, अशी ज्यो दिक्षित यांची टीका आहे. ती समर्पकच आहे. शिवाय महत्त्वाचा आक्षेप असा की, अयनांश संस्काराने रवि सायनच आला पाहिजे, आणि छायेवरूनहि तितकाच आला पाहिजे. परंतु ह्या सिद्धान्तात सपात मगणामध्ये सख्या कमी मानल्याकारणाने अयन मगणावरून येणारे अयनांश आणि छायेवरून येणारे विनचुक अयनांश ह्यांचा मेळ राहत नाही हाच ह्या लोकावर मोठा आक्षेप येतो. ह्याचे पुढे ज्यो. दिक्षितांचा आक्षेप खरा असला तरी गौण ठरतो.

स्फुटं दृक्कुल्यतांगच्छेदयने विपुलद्वये ॥

प्राक्चक्रंचलितं हीनेछायाकर्त्तरणागते ॥

अन्तरांशैरथावृत्त्यपथाच्छेषैस्तथाधिके ॥ ११ ॥

अयनांशाचा दृक्प्रत्यय अयनसंधिच्या वेळीं म्हणजे उदययन अथवा दक्षिणायन होतें त्यावेळीं किंवा दोन्ही विषुव दिवशीं, सहज घेतां येतो. करणागत रवि छायाकार्पेक्षां कमी असल्यास नक्षत्रचक्र पूर्वकडे चळले आहे असें समजावें, आणि करणागत रवि ज्यास्त असल्यास मचक्र पश्चिमेकडे सरकले अशी उलट स्थिति समजावी.—११

[एवंच छायाकार्पे आणि करणागत रवि ह्यांचें अन्तरांश तेच अयनांश हें उघड आहे.]

स्पष्टीकरणः—संपात हा पूर्वकडून पश्चिमेकडे सरत आहे त्या कारणानें जोपर्यंत संपात निरयन मेपारंभाच्या पूर्वेस आहे तोपर्यंत निरयन रवितून अयनांश वजा केल्यानें सायन रवि येतो; आणि संपात निरयन मेपारंमस्यानाच्या पश्चिमेकडे सरकला म्हणजे निरयन रविमध्यें अयनांश मिळवावें लागतात. शके ४९६ पासून संपात मेपारंभाच्या पश्चिमेकडे हटल्यामुळे हल्लीं अयनांश निरयन रविमध्यें मिळवावें लागतात.

भास्कराचार्यांनीं अयनांशांचा खुळासा अतिशय सुबोध केला आहे ते म्हणतातः—

परिमन् दिने सध्यक् प्राच्यां रविरुदितो दृष्टः । तद् विषुवत् दिनम् । तरिमन् दिने गणितेन स्फुटो रविः कार्यः । तस्य रवे मेपादेश्च यदन्तरं तेऽयनांशाः ज्ञेयाः ॥....दक्षिणे तु तस्या-
र्कस्य तुलादेश्वान्तर मयनांशाः ॥

एवंविषुवतीच्छायास्वदेशेयादिनार्धजा ॥

दक्षिणोत्तररेखायांसातत्रविषुवत्प्रभा ॥ १२ ॥

त्याचप्रमाणें विषुवदिवशींची मध्यान्होची जी शंकु छाया दक्षिणोत्तर रेपेवर बरोबर पडते, ती त्या स्पलाची पलभा होय.

हें श्लोकार्थ श्लोक ८ चें पुढें वाचावें.

स्पष्टीकरणः—कोणत्याहि दिवशींची मध्यान्होची शंकु छाया सूर्याचें नतांश दर्शविते. सूर्य विषुवामध्यें असतांना सूर्याचें जें नतांश (खमण्यापासून अन्तरांश) तेंच विषुववृत्ताचेंही अन्तरांश आणि विषुवाचे अन्तरांश तेंच त्या स्पलाचें अक्षांश असें होतें म्हणून पलभा म्हणजे अक्षांशदर्शक छाया असा अर्थ माला.

शङ्कुच्छायाहतेत्रिज्योविषुवत्कर्णभाजिते ॥

लम्बास्रज्येतयोश्चापेलम्बासौदक्षिणांसदा ॥ १३ ॥

एकदा शङ्कुला त्रिज्येनें गुणावें, आणि एकदा विषुव पलमेला (त्रिज्येनें) गुणावें; आणि दोन्ही गुणाकारांना छाया कर्णानें भागावें म्हणजे अनुक्रमानें लम्बज्या आणि अस्रज्या निघून येतात.

स्पष्टीकरणः—शङ्कुच्या काटकोन त्रिकोणातील अक्षांश कोना न्यतिरिक्त राहिलेला छुपुकोन हा अक्षांशाचा पूरक कोन होतो. अक्षांश कोनाची कोटि (उगताची रेपा) मुज-
ज्येच्या उलट दिशेकडे स्पष्टस्थितिकाकडे वाढविली आणि छायाकर्णाचें सूत्रटि विषुवाकडे वाढविले तर पलमेप्रमाणे नतांशज्या हि काढतां येते; आणि—शंकु त्रिकोणाच्या उलट भागस—मस्यस्तिका लम्ब, नतांशज्या, आणि त्रिज्या असा, तसाच दुसरा काटकोन

तयार होतो, ह्या दोन काटकोनांचे प्रमाण कसे ठरवावे तें ह्या श्लोकात सांगितलें आहे.
शंकूशी प्रमाणवद् अशी रेखा लम्बज्या आहे. तिचें त्रैराशिकः—

छाया कर्णाळा : जसा शंकू : : त्याप्रमाणें = त्रिज्येला : लम्बज्या; आणि
छायाकर्णास : जशी पलमा : : तशी त्रिज्येला : अक्षज्या.

$$\therefore \text{लम्बज्या} = \text{शंकू} \times \text{त्रिज्या} - \text{छायाकर्ण}$$

$$\text{अक्षज्या} = \text{पलमा} \times \text{त्रिज्या} - \text{छायाकर्ण}$$

$$\text{अक्षज्या} = \text{Sine Latitude} \left\{ \begin{array}{l} \text{ध्रुवाचे उन्नतांश} \\ \text{विपुवाचे नतांश} \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} \text{लम्बज्या} = \text{Cosine Latitude} \\ = \text{Sine Co-Latitude} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{विपुवाचे उन्नतांश} \\ \text{ध्रुवाचे नतांश.} \end{array} \right.$$

अक्षज्या आणि लम्बज्या ह्यांची चापें (arcs) केली असता अनुक्रमेण अक्षांश आणि लम्बांश होतात. त्यांचें मूळ विपुव असल्याने त्यांची दिशा दक्षिण समजतात.

मध्यच्छायायुजस्तेनगुणितात्रिभमीर्विका ॥

स्वकर्णासाधनुर्लिप्तानतास्तादक्षिणेभुजे ॥ १४ ॥

श्लोकार्धः—कोणत्याहि दिवशी मध्याह्नी सूर्याची (शंकू) छाया याम्योत्तरावर पडते ती आणि त्रिज्या ह्याचा गुणाकार करून त्याला त्याचवेळच्या छायाकर्णानें भागून त्याचें चाप (arc) केलें असता सूर्याचे तात्काळीन नतांश निघतात.

छाया दक्षिणेकडे असेल तर नतांश उत्तर असतात आणि छाया उत्तरेची असेल तर नतांश दक्षिण असतात.

स्पष्टीकरणः—ह्या श्लोकांतील नियम वर श्लोक १३ ह्यांतील पलमा-मायना-पेक्षा व्यापक आहे. कारण अक्षांश म्हणजे विपुव दिवशीचे नतांशच होत.

उत्तराद्योत्तरे याम्यास्ताः सूर्यक्रांतिलिप्तिकाः ॥

दिग्भेदेमिश्रिताः साम्येविश्लिष्टाश्चालिप्तिकाः ॥ १५ ॥

अक्षांश आणि नतांश हे भिन्न दिशांचे असतील तर दोघोची बेरोज केली असता सूर्याची क्रांति समजेल आणि एकाच दिशेचे असतील तेव्हां त्यांचें जें अंतर असेल तितकी रविची क्रांति समजावी—१५॥

स्पष्टीकरणः—अक्षांश हे कायम आहेत. ते आपल्या इकडे गत्यस्तिकायामून दक्षिणेकडे विपुव-वृत्तापर्यंत मोजतात. म्हणून नतांश जर दक्षिणेकडीलच असतील तर नतांश आणि अक्षांश ह्यांच्या अंतरा इतकी क्रांति असते; नतांश अक्षांशापेक्षा कमी असल्यास क्रांति उत्तरेची, ज्यास्त असल्यास क्रांति दक्षिणेची असते; नतांश शून्य असते

म्हणजे क्रांति अक्षांशाद्वतकी, आणि नतांश उत्तरेचे पण अक्षांशापेक्षा पलीकडे असले तर अक्षांश + नतांश इतकी क्रांति असते.

ताम्योऽक्षज्याचतद्वर्गं प्रोज्झ्यत्रिज्याकृतेः पदम् ॥

लम्बज्यार्कगुणाक्षज्याविपुवद्भाथलम्बया ॥ १६ ॥

अक्षांशांची जी दोज्या ती अक्षज्या; [ज्या मध्ये एक कोन अक्षांशाइतका असतो अशा काटकोन त्रिकोणास अक्ष-क्षेत्र म्हणतात. (असे अक्ष-क्षेत्र-त्रिकोण खगोल गणितांत पंधरातोळा तरी आढळतात]. अशाच काटकोनी अक्ष-क्षेत्रांत अक्षज्या ही मुजरेपा; लंबज्या ही कोटि, आणि त्रिज्या हा कर्ण असतो. म्हणून (श्लोक ८ प्रमाणे कर्ण - अक्षज्या = लंबज्या) [श्लोक १३ तीळ अनुपाताप्रमाणे] लंबज्येला : अक्षज्या : : तर द्वादशशंकु : पलमा : \therefore अक्षज्या \times द्वादशशंकु = लंबज्या = पलमा.

स्वाक्षार्कनतभागानादिकसाम्येऽन्तरमन्यथा ॥

दिग्भेदेऽपक्रमः शेषस्तस्यज्यात्रिज्ययाहता ॥ १७ ॥

परमापक्रमज्याः चापंमेषादिगोरविः ॥

कर्कादौप्रोज्झमचक्रार्धात्तुलादौभार्धसंयुतात् ॥ १८ ॥

छायार्क-साधन

[क्षांतील काही भावार्थ श्लोक १५ प्रमाणे आहे]. जर आपल्या स्थानाचे अक्षांश आणि रविचे (अथवा इतर कोणत्याही ग्रहाचे) नतांश जर एकाच दिशेचे असतील तर त्यांची वजाबाकी करावी; आणि भिन्न दिशांचे असतील तर बेरीज करावी म्हणजे स्पष्ट क्रान्ति येते.

उ० उ०

(नतांश \times अक्षांश = क्रान्ति = नतांश + अक्षांश

इष्ट क्रान्तिला त्रिज्येने गुणावे आणि रवीच्या परम क्रान्तिने (२३° २७') भागावे, भागाकार येईल त्याचे चाप (arc) करावे म्हणजे मेषादि (संपातापासूनचा) मध्यान्हीचासावन सूर्य येतो. (सूर्य दुसऱ्या पदांत असेल तर) परिघांश सहा राशींवर वजा करावे, तिसऱ्या पदांत-असेल तर त्यावर सहाराशी वजा कराव्या; आणि चौथ्या पदामध्ये असेल तर तितके राश्यांश बारा राशींवर वजा करावे म्हणजे मुज (चाप) होतो. १७-१८.

स्पष्टीकरणः—परमक्रान्ति, त्रिज्या, आणि विपुवांश हा एककाटकोन त्रिकोण, आणि सायनसूर्याचा भोग, इष्टक्रान्ति आणि विपुवांश हा दुसरा काट-त्रिकोण, यांचा परस्पर संबंध आणून भोग साध्य करावयाचे आहेत. क्रांति दर्शक दक्षिणोत्तर वर्तुळ हे विपुवारी आणि त्याच्याशी समान्तर अशा अक्ष-वर्तुळांशी निरन्तर काटकोनाच करिते म्हणून विपुवांश आणि क्रांति हे काटकोनाचे बाह्य आणि सायनभोग हा कर्ण मानून प्रमाण असं निश्चित केलेः—परमक्रान्ति \div त्रिज्या = इष्टक्रान्ति \div रविभोग

∴ त्रिज्या × इष्टक्रांति = परमक्रांति = सायन रविभोग, सायन रवि निश्चित करतांना तो कोणत्या पदामध्ये आहे ते हि पाहावें लागते. विषुवापासून दक्षिणायनापर्यंत. (१) द० पासून शरत्विषुव (२) श-विषुवापासून उदगयनविंदू (३) आणि उद० पासून वसंत संपतापर्यंत (४) अशी चार पदे असतात; त्या अनुसंधाने प्रथम छायेवरून नतांश, त्यावरून इष्टक्रांति; आणि तिच्यावरून पदगत भोग आणि त्या भोगावरून मग सायन भोग, अशी सांखळी आहे. सायन भोगावरून मग आवश्यकते प्रमाणें भुज, कोटि आणि कर्ण काढावयाचे असतात.

टीपः—काहीं अक्ष क्षेत्रांचे त्रिकोण महत्वाचे आहेत ते मास्कराचार्यांनी सांगितले आहेत त्यांपैकी विशेष महत्वाचे आहेत ते असेः— त्रिकोणामध्ये अक्षांश कोन भुजये समोरच असतो, आणि कोणालगतची रेखा ही कोटि असते. म्हणून भुज-कोटि-कर्ण ह्या पैकी दोन माने जरी कळली तरी त्रिकोण ज्ञान होतें. (कोणताहि समकोन त्रिकोण दुसऱ्या तशाच समकोन त्रिकोणाशी प्रमाणबद्ध असतो हा नियम मात्र दृष्टीपुढें ठेवावा. त्रिप्रश्नाधिकार ह्याच नियमावर आधारलेला आहे.)

भुज	कोटि	कर्ण
पलभा (१)	शंकु	पलकर्ण.
अक्षज्या (२)	लंबज्या	त्रिज्या.
ध्रुवोन्नतज्या (३)	"	त्रिज्या.
क्रांतिज्या (४)	धुज्या	त्रिज्या
अग्र (५)	समशंकु.	तच्छति (मध्याह्नकर्ण)
क्षितिज्या (६)	क्रांतिज्या	अग्र

(नतांश = त्रिकोण येणें प्रमाणें)

स्वकर्णाग्रा [७]	लोहकौल [शंकु]	इष्टकालीन छायाकर्ण
नतांशछाया [दिग्ज्या] (८)	शङ्कु	छायाकर्ण
भुज [९]	महाशङ्कु	हृति [त्रिज्या]
दृग्ज्या (१०)	महाशंकु	त्रिज्या.

[असें अनेक काट-त्रिकोण होतात]

क्रांतिला Declination असें इंग्रजी नांव आहे.

मृगादौग्रोज्ज्वलमगणान्मध्याह्नोर्जः स्फुटोमवेत् ॥

तन्मान्दमसकृद्ग्रामफलमध्वो दिवाकरः ॥ १९ ॥

स्पष्ट सायन रविवरून मध्यम सायन सूर्य आणावयाचा प्रकार—

स्पष्टरविळा मध्यमरवि समजून मन्दफल आणावें आणि त्याचा उलट सस्कार पुनः पुनः स्पष्टरविस करावा म्हणजे मध्यम रवि येईल—१९

स्पष्टीकरणः—स्पष्टरवि कळला म्हणजे त्यावरून मध्यमरवि आणताच पाहिजे कारण त्यावाचून पुढील वर्षांचे किंवा मागील वर्षांचे गणितच करता येणार नाही, परंतु

असें करतांना स्पष्टरविलाच मध्यमरवि मानल्या शिवाय गत्यन्तर नाही, म्हणून स्पष्ट-
रविला मंदफल संस्कार उलट देऊन मध्यमरवि आणावा; परंतु हा खरा मध्यमरवि नसतो
खरा मध्यमरवि तो, की ज्याला मंदफल संस्कार योग्य प्रकारानें केला असता स्पष्टरवि
येईल तो दृक्प्रत्ययास मिळाला पाहिजे. म्हणून असा आसन्न मध्यमरवि (म्हणजे खऱ्या
मध्यम रवि जवळचा जो) येईल त्या वळूनच पुनः स्पष्ट रवि आणावा; आणि आपल्या
वेधाशी तो जुळला तरच मध्यम-रवि विनचूक आला असें समजावें. नाही तर पुनः मंद-
फल आणून त्याचा उलट संस्कार देऊन पुनः मध्यम रवि साधावा आणि त्याचा पुनः
स्पष्टरवि करून पडताळा पहावा. असें पुनः पुनः करावें. ह्या कृतिलाच असकृत् कर्म
म्हणतात. ज्योतिर्गणितात असें कित्येक प्रसंगां करावें लागत.

हीच रीति, चन्द्र आणि इतर ग्रह ह्यांनाहि लावून मध्यम ग्रह साधावे.

मध्यान्हीची नताश छाया आणणेचा प्रकार:—

[छांतांल रीति १७ व्या श्लोकाच्या उलट आहे]

स्वाक्षार्कापक्रमयुतिर्दिक्साम्येऽन्तरमन्यथा ॥

शेपनतांशाः सूर्यस्तद्वाहुल्याचकोटिजा ॥ २० ॥

शङ्कुमानाहुलाभ्यस्ते भुजत्रिज्ये यथाक्रमम् ॥

कोटिज्ययाविभज्यासेष्टायाकर्णाविहर्दले ॥ २१ ॥

अक्षांश आणि क्रान्ति हे एकाच दिशेचे (म्हणजे दोन्ही दक्षिणेचे किंवा दोन्ही उत्त-
रेचे) असले तर त्याचे परस्परांचे अंतर काढावें, आणि भिन्न दिशांचे असल्यास त्यांची बेरीज
करावी म्हणजे नतांश येतात. इतर चापाप्रमाणें त्यांचीहि दोन्ही (sine) आणि कोटिज्या
(Co sine) काढून ठेवावी.—२०

नतांशांना Zenith Distance (जेनीथ डिस्टन्स) म्हणतात.

[नतांशांच्या भुजज्येला दिग्ज म्हणतात.] शंकूचा अंगुलांनी एकदां नतांश भुजज्येला,
आणि एकदां त्रिज्येला गुणावें, आणि नतांश-कोटिज्येनें दोन्ही गुणाकाराना भागावें म्हणजे अनु-
क्रमानें मध्यान्हीची नताश छाया, आणि मध्यान्हीचाच छायाकर्ण हे येतील.—२१

स्पष्टीकरण:—सत्यस्तिकापासून याम्योत्तरावरील किंवा इतर कोणत्याहि दृढमण्डलावर
मोजलेलें अंशात्मक अंतर तें नताश. नतांश-उन्नतांश-मानन हे (दिक्माधनानंतरचे) अपत
मदृश्याचे वेधसाधन आहे. प्रत्यक्ष वेधानें साध्य होणाऱ्या गोष्टी:—(१) नतांश-उन्नतांश;
(२) याम्योत्तरदृष्टन आणि (३) प्रदणम्पक्षमोक्ष. हे वेध अमुक दिवशी, अमुक वेळेस
आणि अमुक ठिकाणीं घेतले हें मात्र स्पष्ट सांगितलें पाहिजे. हेच प्राथमिक वेध.

या प्राथमिक वेधांपासूनच क्रान्ति, आणि विषुवांस सिद्ध करतात. आणि त्यापासून स्पष्ट
साधनभोग-सार, दृग्भ-दंतभोग, आणि मध्यम ग्रहसिद्धि इत्यादि अनेक उपकरणें निष्पन्न
होतात. कित्येक वेळा यातिपयानेहि स्पष्ट क्रांति प्रत्यक्ष वेधानेच ठरविता येत. म्हणून—

प्राथमिक वेध

नतांशो-नतांश, याम्योत्तरलङ्घन, ग्रहण-स्पर्श मोक्ष; आणि वेधसिद्धि
क्रान्ति-ह्याचा स्थलानुरोधाने, कालनिश्चय- हे प्राथमिक वेध होत

क्रान्तिज्याविपुवत्कर्णगुणासाशङ्कुजीचया ॥

अर्कोग्रास्येष्टकर्णमीमध्यकर्णोद्धृतास्तका ॥ २२ ॥

हा श्लोकात दृश्यया महाशकु पलमा लोहशकु आणि
महाशकु त्रिज्या लोहशकु छायाकर्ण असे प्रमाण आहे
नताश कोटिज्येला महाशङ्कु म्हणतात

क्रान्तिज्येला पलकर्णाने गुणून शङ्कुच्या अङ्गुलाने भागावे म्हणजे सूर्याची अग्रा
समजते, आणि सूर्याच्या अग्रेला (इष्ट वेळच्या) छायाकर्णाने गुणून त्रिज्येने भागिले असता
इष्टकालाचा अनुरूप अशी अग्रा उपलब्ध होते — २२

१ स्पर्शिकरणः—ह्यात क्षेत्र-त्रिकोणाच्या दोन जोड्या आहेत पहिली जोडी (१),
(६); आणि (५), (७) ही दुसरी त्याचरून प्रमाणे मिळतात तीं —

$$\frac{\text{पलकर्ण}}{\text{शङ्कु}} = \frac{\text{अग्रा}}{\text{क्रान्तिज्या}} \quad \text{--- (१) } \therefore \frac{\text{पलकर्ण} \times \text{क्रान्ति}}{\text{शङ्कु}} = \text{अग्रा}$$

$$\frac{\text{अग्रा}}{\text{मध्याह्नकर्ण}} = \frac{\text{इष्टअग्रा}}{\text{इष्टकालिकर्ण}} \quad \therefore \frac{\text{अग्रा} \times \text{छायाकर्ण}}{\text{मध्याह्नकर्ण}} = \text{इष्टाग्रा}$$

अशी प्रमाण-पदे सिद्ध होतात

प्रथम पलकर्णावरून म्हणजे पलमेच्या कर्णसूत्रावरून सूर्याची अग्रा हा कर्ण साधला,
आणि त्या अग्रे वरून मग कोणत्याही कर्णाची म्हणजे कोणत्याही वेळेची—अग्रा निष्पन्न केली
हिलाच इष्टकालिक अग्रा म्हटले आहे अग्रा म्हणजे Amplitude, अहोरात्र कर्ण हाच
मध्यकर्ण घेऊन नंतर त्यावरून इष्टकालीन अग्रा सिद्ध केली

विपुवद्भाषुतार्कोग्रायाम्येस्यादुत्तरोभुजः ॥

विपुवत्त्वाविशोध्योदगोलेस्याद्वादुत्तरः ॥ २३ ॥

विपर्ययादुभुजोयाम्योभवेत्प्राच्यपरान्तरे ॥

माध्याह्निकोभुजो नित्यं छाया माध्याह्निकी स्मृता ॥ २४ ॥

दक्षिणगोलामध्ये (सूर्य असला तर) जी स्व-अग्रा (म्हणजे अभीष्ट कालीन)
अग्रा येईल ती पलमेमध्ये मिळविली असता भुज साध्य होतो (हा भुज उत्तरेचा असतो)
परंतु सूर्य उत्तरगोलात असला तर पलमेतून अग्रा वजा केली म्हणजे भुज येतो (पण तो
दक्षिणदिशेचा असतो) [जर पलमेपेक्षा अग्रा अधिक असली तर अग्रेतून पलमा वजा करावी.]

कोणत्याहि दिशेचा भुज असला तरी तो छायाप्र आणि पूर्वापररेखा ह्यांच्या मध्येच असा-
वयाचा. (भुज निष्पन्नच होत नाही तेव्हा शंकुछायेचे अप पूर्वापररेखेवरच येते) कारण
मध्यान्ह कालचा भुज हा केव्हाहि मध्यान्ह छायेपासून भिन्न नसतो.

स्पष्टीकरणः—ख-विषुवाच्या उत्तरेकडील गोलार्धास उत्तरगोल, आणि दक्षिणे-
कडील गोलार्धास दक्षिणगोल म्हणतात. आपला प्रदेश विषुवाच्या उत्तरेकडे आहे. त्यामुळे
विषुववृत्ताच्या उत्तरेकडील समान्तर वर्तुळाचा माग अर्ध्यापेक्षा जास्त प्रमाणात आपल्या
दृष्टीच्या दृष्ट्यात येतो. जसजसे स्थळाचे उत्तर अक्षांश जास्त तसतसा त्या त्या ठिकाणी
समान्तर वृत्तांचा अधिकाधिक माग दृष्टिपथात येतो. उत्तर अक्षांशांतील प्रदेशांत राहणा-
ऱ्यांना दक्षिण गोलार्धाचे दृश्य उलट असते. म्हणजे दक्षिणेकडील समान्तर वृत्तांचा भाग
अध्याह्न कमी कमी दिसावयाचा. अशी वस्तुस्थिति असल्याने क्रांति उत्तर असल्यास
किंवा अक्षांश अधिक अधिक उत्तरेचे असतील तसतसा ग्रहांचा नित्योदय अधिक
लवकर होतो. उत्तर अक्षांशांत राहणाऱ्यांना दक्षिण गोलार्थातील ग्रह अशीरा उगवतात,
कारण समान्तर वर्तुळांचा दृश्य मागच आपल्यास कमी प्रमाणात दृष्टीस पडतो.

आपल्या स्थळाच्या ख-स्वस्तिकांतूनच पूर्वापर सूत्ररेषा विषुवाच्या पूर्व-पश्चिम
विन्दूत मिळते; म्हणूनच ह्या दिग्मंडळाचा (म्हणजे Vertical वृत्ताचा) पूर्वापर सूत्र
(Prime Vertical) म्हणतात. पूर्वापरवृत्ताच्या दक्षिणेकडे व उत्तरेकडे जी अनेक वृत्ते
विषुवाशी समान्तर असतात, त्यांना अहोरात्रवृत्ते, अक्षांशवृत्ते, किंवा उदयास्तवृत्ते म्हणतात.
ग्रहांची क्रान्ति आपल्या स्थळाच्या अक्षांशाइतकी असेल तेव्हाच तो ग्रह आपल्या
स्थळाच्या पूर्वापरसूत्रातून फिरेल आणि इतर वेळी तो कोणत्या तरी अहोरात्र वृत्तावर
असेल; ह्या देखावा आपल्या मनःशुद्ध पुढे चित्रित नसेल तर विषय सोपा असूनही समज-
णार नाही.

आकाशातील ग्रहापासून येत भूपृष्ठावर ओळव्याचे सूत्र सोडले आहे अशी कल्पना
केला तर त्या सूत्राला महाशङ्ख असे नांव आहे. तो अनियमित आहे. त्याचे भूपृष्ठातील
(मूल अथवा) स्थान आणि लोहकालाच्या छायाकारणाने निर्दिष्ट केलेले उदयास्त सूत्र
ह्यांच्यामधील अंतराला शङ्खतल म्हणतात. प्रत्यक्ष प्रयोगाशिवाय हे एकदम ध्यानांत
येणार नाही. पण प्रयत्नांनी येईल.

पूर्वापर वृत्त आणि उदयास्त वृत्त ह्यांच्यातील क्षितिजरेखेवरील अंतराला अग्रा म्हणतात.
पलमेच्या योगाने शङ्खमूल समजते व त्यावरून शङ्खतल लक्षांत येते.

पलमा आणि शङ्खतल ह्या संज्ञा भिन्न आहेत. परंतु लोहकालाचा म्हणजे द्वाद-
शाह्न शंकूचा जो संबंध पलमेशी-तोच संबंध महाशङ्खचा भुजाशी व शङ्खतलाशी आहे
येवढे ध्यानांत ठेवले म्हणजे काम झाले. भुज म्हणजे महाशङ्खचा भुज.

ह्या सूत्रांत सिद्धांतकारांनी महाशङ्ख अथवा महालम्ब, आणि भुज, ह्या एका
काटकोनाच्या दोन बाजू, आणि पलमा व द्वादश-काल (म्हणजे द्वादशाह्न काल) ह्या
दुसऱ्या दोन बाजू ह्यांचा संबंध दाखविला आहे.

आपल्या अक्षांशोपेक्षां सूर्याची क्रान्ति कमी असेल तर महाशंकूचा आलम्ब पूर्वा-पर सूत्राच्या दक्षिणेकडे असतो आणि क्रान्ति उत्तरेचीच असेल तर अत्रादेखील उत्तरेचीच असते. अशा स्थितिमध्ये शङ्कुतलापेक्षां अत्रा कमी असते. दिशामित्रत्वामुळे शङ्कुतलातून अत्रा वजा केली पाहिजे.

दक्षिण गोलामध्ये आलम्ब आणि अत्रा हे दोन्ही एकाच दिशेचे असल्याने आलम्ब-बिंदूपासून अहोरात्र बिन्दूपर्यंत भुज सलग असतो. सलगरेषेत अत्रा आणि शंकुतल दोन्ही समाविष्ट असतात. उत्तर गोल्यात भुज=अत्रा-शंकुतल किंवा शंकुतल-अत्रा=भुज. असे समीकरण होते. आतां शंकुतलाचा आणि पलभेचा संबंध असाः—

$$\text{द्वादश कील : पलभा :: महाशंकु} = \frac{\text{पलभा} \times \text{महाशंकु}}{१२} = \text{शंकुतल}$$

$$\frac{\text{त्रिज्या}}{\text{महाशंकु}} = \frac{\text{कर्ण}}{१२} \therefore \text{महाशंकु} = \frac{१२ \times \text{त्रि}}{\text{कर्ण}}$$

$$\text{परंतु } \frac{\text{पलभा} \times \text{महाशंकु}}{१२} = \text{शंकुतल} = \frac{\text{पलभा} \times १२ \times \text{त्रि}}{१२ \times \text{कर्ण}} (= \text{त्रिज्या})$$

∴ शंकुतलाचे जागी पलभा म्हणण्यास हरकत नाही : म्हणून दक्षिण गोलामध्ये, भुज = अत्रा + पलभा.

उत्तर गोलामध्ये भुज=अत्रा-पलभा; किंवा पलभा-अत्रा.

लम्बाक्षजीवेविषुवच्छायाद्वादशसङ्गुणे ॥

क्रान्तिज्यासेतुर्तौकर्णौसमण्डलगेरवौ ॥ २५ ॥

लम्बाज्येला पलमेने, आणि अक्षाश-दोर्जेला द्वादश शंकूने गुणून क्रान्ति-ज्येने मागावे, मागाकार येईल तो सममण्डल-कर्ण होतो. [रवि सममण्डलात असतां पूर्वापर सूत्र हें कर्णरूप असतें.]

स्पष्टीकरणः—

$$\text{पलकर्ण : पलभा :: क्रान्तिज्या : समशंकु} = \frac{\text{पलकर्ण} \times \text{क्रान्तिज्या}}{\text{पलभा}} \quad (१)$$

$$\frac{\text{समशंकु}}{\text{त्रिज्या}} = \frac{१२ \text{ शंकु}}{\text{सममण्डलकर्ण}} \therefore \text{सममण्डलकर्ण} = \frac{१२ \times \text{त्रिज्या}}{\text{समशंकु}} \quad (२)$$

$$\therefore \text{सममण्डलकर्ण} = \text{पलभा} \times १२ \times \text{त्रिज्या} \div \text{पलकर्ण} \times \text{क्रान्तिज्या}$$

$$= \text{पलभा} \times \left(\frac{१२ \times \text{त्रिज्या}}{\text{पलकर्ण}} \right) \div \text{क्रान्तिज्या} = १२ \left(\frac{\text{पलभा} \times \text{त्रि}}{\text{पलकर्ण}} \right) \div \text{क्रान्तिज्या}$$

कोणत्याहि दिशेचा भुज असला तरी तो छायाप्र आणि पूर्वापररेणा ह्यांच्या मध्येच असा-
वयाचा. (भुज निष्पन्नच होत नाही तेव्हा संकुच्छायेचे अन्न पूर्वापररेखेवरच येते) कारण
मर्याद कालचा भुज हा केव्हाहि मर्याद छापेपासून भिन्न नसतो.

स्पष्टीकरणः—ख-विषुवाच्या उत्तरेकडील गोलाधार्स उत्तरमोल, आणि दक्षिणे-
कडील गोलाधार्स दक्षिणमोल म्हणतात. आपला प्रदेश विषुवाच्या उत्तरेकडे आहे. त्यामुळे
विषुववृत्ताच्या उत्तरेकडील समान्तर वर्तुळाचा भाग अर्ध्यापेक्षा ज्यास्त प्रमाणात आपल्या
दृष्टीच्या दृष्ट्यांत येतो. जसजसे स्थळाचे उत्तर अक्षांश ज्यास्त तसतसा त्या त्या ठिकाणी
समान्तर वृत्तांचा अधिकाधिक भाग दृष्टीपथांत येतो. उत्तर अक्षांशांतील प्रदेशांत राहणा-
ऱ्यांना दक्षिण मोलाचे दृश्य उलट असते. म्हणजे दक्षिणेकडील समान्तर वृत्तांचा भाग
अर्ध्याहून कमी कमी दिसावयाचा. अशी यस्तुस्थिति असल्याने क्रांति उत्तर असल्यास
किंवा अक्षांश अधिक अधिक उत्तरेचे असतील तसतसा प्रज्ञाचा नित्योदय अधिक
लवकर होतो. उत्तर अक्षांशांत राहणारांना दक्षिण मोलांतील ग्रह उशीरा उगवतात.
कारण समान्तर वर्तुळांचा दृश्य भागच आपल्यास कमी प्रमाणांत दृष्टीस पडतो.

आपल्या स्थळाच्या ख-स्थितिकात्नच पूर्वापर सूत्ररेणा विषुवाच्या पूर्व-पश्चिम
विन्दूंत मिळते; म्हणूनच ह्या दिग्मंडळाचा (म्हणजे Vertical वृत्ताचा) पूर्वापर सूत्र
(Prime Vertical) म्हणतात. पूर्वापरवृत्ताच्या दक्षिणेकडे व उत्तरेकडे जी अनेक वृत्ते
विषुवाशी समान्तर असतात, त्यांना अहोरात्रवृत्ते, अक्षांशवृत्ते, किंवा उदयास्तवृत्ते म्हणतात.
ग्रहाची क्रांति आपल्या स्थळाच्या अक्षांशाइतकी असेल तेव्हाच तो ग्रह आपल्या
स्थळाच्या पूर्वापरसूत्रातून फिरेल आणि इतर वेळी तो कोणत्या तरी अहोरात्र वृत्तावर
असेल; ह्या देखावा आपल्या मनःधन पुढे चित्रित नसेल तर विषय सोपा असूनही समज-
णार नाही.

आकाशांतील ग्रहापासून येत भूपृष्ठावर ओळव्याचे सूत्र सोडले आहे अशी कल्पना
केली तर त्या सूत्राला महाशङ्ख असे नांव आहे. तो अनिवारित आहे. त्याचे भूपृष्ठातील
(मूल अय्या) स्थान आणि लोहकीलाच्या छायाकर्णाने निर्दिष्ट केलेले उदयास्त सूत्र
ह्यांच्यामधील अन्तराला शङ्खतल म्हणतात. प्रत्यक्ष प्रयोगाशिवाय हें एकदम स्थानांत
येणार नाही. पण प्रयत्नांनी येईल.

पूर्वापर वृत्त आणि उदयास्त वृत्त ह्यांच्यांतील क्षितिजरेखेवरील अन्तराला अग्रा म्हणतात.
पलमेच्या योगाने शङ्खमूल समजते व त्यावरून शङ्खतल लक्षांत येते.

पलमा आणि शङ्खतल ह्या संज्ञा भिन्न आहेत. परंतु लोहकीलाचा म्हणजे द्वाद-
शाङ्कल शङ्खचा जो संबंध पलमेशी-तोच संबंध महाशङ्खचा भुजाशी व शङ्खतलाशी आहे
येवढे स्थानांत ठेवले म्हणजे काम झाले. भुज म्हणजे महाशङ्खचा भुज.

ह्या सूत्रांत सिद्धांतकारांनी महाशङ्ख अथवा महालम्ब, आणि भुज, ह्या एका
काटकोनाच्या दोन बाजू, आणि पलमा व द्वादश-कील (म्हणजे द्वादशाङ्कल कील) ह्या
दुसऱ्या दोन बाजू ह्यांचा संबंध दाखविला आहे.

आपल्या अक्षांशापेक्षां सूर्याची क्रान्ति कमी असेल तर महारांकूचा आलम्ब पूर्वा-पर सूत्राच्या दक्षिणेकडे असतो आणि क्रान्ति उत्तरेचीच असेल तर अग्रदेखील उत्तरेचीच असते. अशा स्थितिमध्ये शङ्कुतलापेक्षां अग्रा कमी असते. दिशामिन्नत्वामुळे शङ्कुतलातून अग्रा वजा केली पाहिजे.

दक्षिण गोलामध्ये आलम्ब आणि अग्रा हे दोन्ही एकाच दिशेचे असल्याने आलम्ब-विदूपासून अहोरात्र बिन्दूपर्यंत भुज सलग असतो. सलगरेषेत अग्रा आणि शङ्कुतल दोन्ही समाविष्ट असतात. उत्तर गोलांत भुज=अग्रा-शङ्कुतल किंवा शङ्कुतल-अग्रा=भुज, असे समीकरण होते. आतां शङ्कुतलाचा आणि पलमेचा संबंध असाः—

$$\text{द्वादश कोल : पलभा :: महारांकु} = \frac{\text{पलभा} \times \text{महारांकु}}{१२} = \text{शङ्कुतल}$$

$$\frac{\text{त्रिज्या}}{\text{महारांकु}} = \frac{\text{कर्ण}}{१२} \therefore \text{महारांकु} = \frac{१२ \times \text{त्रि}}{\text{कर्ण}}$$

$$\text{परंतु } \frac{\text{पलभा} \times \text{महारांकु}}{१२} = \text{शङ्कुतल} = \frac{\text{पलभा} \times १२ \times \text{त्रि}}{१२ \times \text{कर्ण}} (= \text{त्रिज्या})$$

∴ शङ्कुतलाचे जागी पलभा म्हणण्यास हरकत नाही : म्हणून

दक्षिण गोलामध्ये, भुज = अग्रा + पलभा.

उत्तर गोलामध्ये भुज=अग्रा-पलभा; किंवा पलभा-अग्रा.

लम्बाक्षजीवेविषुवच्छायाद्वादशसङ्गुणे ॥

क्रान्तिन्यासेतुतीकर्णसममण्डलगेरवी ॥ २५ ॥

लम्बाज्येला पलमेने, आणि अक्षांश-दोर्ज्येला द्वादश शङ्कुने गुणून क्रान्ति-ज्येने भागावे, भागाकार येईल तो सममण्डल-कर्ण होतो. [रवि सममण्डलांत असता पूर्वापर सूत्र हे कर्णरूप असते.]

स्पष्टीकरणः—

$$\text{पलकर्ण : पलभा :: क्रान्तिज्या : समशंकु} = \frac{\text{पलकर्ण} \times \text{क्रान्तिज्या}}{\text{पलभा}} \quad (१)$$

$$\frac{\text{समशंकु}}{\text{त्रिज्या}} = \frac{१२ \text{ शंकु}}{\text{सममण्डलकर्ण}} \therefore \text{सममण्डलकर्ण} = \frac{१२ \times \text{त्रिज्या}}{\text{समशंकु}} \quad (२)$$

$$\therefore \text{सममण्डलकर्ण} = \text{पलभा} \times १२ \times \text{त्रिज्या} \div \text{पलकर्ण} \times \text{क्रान्तिज्या}$$

$$= \text{पलभा} \times \left(\frac{१२ \times \text{त्रिज्या}}{\text{पलकर्ण}} \right) \div \text{क्रान्तिज्या} = १२ \left(\frac{\text{पलभा} \times \text{त्रि}}{\text{पलकर्ण}} \right) \div \text{क्रान्तिज्या}$$

$$\frac{१२ \times \text{त्रि}}{\text{पलकर्ण}} = \text{लब्ध्या}, \frac{\text{प्रभा} \times \text{त्रि}}{\text{कर्ण}} = \text{अक्षज्या}$$

$$\therefore \frac{\text{पलभा} \times \text{लम्बज्या}}{\text{क्रान्तिज्या}}; \frac{\text{अक्षज्या} \times १२}{\text{क्रान्तिज्या}} = \text{सममण्डल कर्ण}$$

मौम्याक्षोनायदाक्रान्तिः स्यात्तदाद्युदलश्रवः ॥

विपुवच्छाययाम्यस्तः कर्णोमध्याग्रयोद्धतः ॥ २६ ॥

जेव्हा क्रान्ति उत्तरेची परत अक्षाशपिक्षा कमी असेल तेव्हा मध्यान्ह छायाकर्णाचा पल-
भेने गुणावे आणि मध्याग्रेने भागावे म्हणजे सममण्डलकर्ण येतो.

स्पष्टीकरणः—

$$\text{येथे } \frac{\text{पलभा}}{१२} = \frac{\text{अग्रा}}{\text{समशकु}} \therefore \text{समशकु} = \frac{\text{अग्रा} \times \text{द्वादश}}{\text{पलभा}} \quad (१)$$

$$\frac{\text{समशकु}}{\text{त्रिज्या}} = \frac{\text{द्वादश}}{\text{छायाकर्ण}} \therefore \text{छायाकर्ण} = \frac{\text{द्वादश} \times \text{त्रिज्या}}{\text{समशकु}} \quad (२)$$

$$\text{छायाकर्ण} = \frac{\text{द्वादश} \times \text{त्रिज्या} \times \text{पलभा}}{\text{द्वादश} \times \text{अग्रा}} = \frac{\text{त्रिज्या} \times \text{पलभा}}{\text{अग्रा}}$$

ह्यात अश आणि छेद ह्या दोहोंना छायाकर्णांने गुणून त्रिज्येने भागावे म्हणजे

$$\begin{aligned} \text{सममण्डलकर्ण} &= \frac{\text{त्रिज्या} \times \text{पलभा} \times \text{छायाकर्ण}}{(\text{अग्रा} \times \text{छायाकर्ण} - \text{त्रिज्या})} = \frac{\text{मध्याग्रा}}{\text{मध्याप्रा}} \\ &= \frac{\text{पलभा} \times \text{छायाकर्ण}}{\text{मध्याप्रा}} \text{ ही सरणि जरा लांबलचक आहे.} \end{aligned}$$

म्हणून उपपत्तिचा दुसरा प्रकार —

$$\frac{\text{पलभा}}{\text{पलकर्ण}} = \frac{\text{अग्रा}}{\text{तद्दृति}} \therefore \text{दृति} = \frac{\text{पलकर्ण} \times \text{अग्रा}}{\text{प्रभा}}$$

तद्दृति मध्यकर्ण : पलकर्ण सममण्डलकर्ण

$$\therefore \frac{\text{मध्यकर्ण} \times \text{पलकर्ण}}{\text{दृति}} \therefore \frac{\text{मध्यकर्ण} \times \text{पलकर्ण} \times \text{प्रभा}}{\text{पलकर्ण} \times \text{अग्रा}}$$

$$\therefore \frac{\text{मध्यकर्ण} \times \text{पलभा}}{\text{अग्रा}} = \text{सममण्डलकर्ण}$$

स्वक्रांति ज्यात्रिजीवाभीलम्बज्यासाम्यमौर्विका ।

स्वेष्टकर्ण हतामक्तात्रिज्ययाग्राह्यगुलादिका ॥ २७ ॥

इष्ट दिक्शरीर्या रश्मिकान्ति (कान्तिज्येष्ठा) त्रिज्येने गुणार्थे आणि लम्ब ज्येने (अक्षांश कोटिज्येने) भागार्थे म्हणजे अग्रेची मुत्रज्या येते;

तसेच, अग्रेच्या मुत्रज्येला मध्यान्हकर्णाने गुणार्थे आणि त्रिज्येने भागार्थे म्हणजे त्या कर्णाचा अनुरूप अशी अग्रा येते. हिलाच स्वकर्णाग्रा म्हणतात.

स्पष्टीकरण:—लम्बज्येला : जशी त्रिज्या, तशी : : कान्तिज्येला : अग्रा

$$\therefore \frac{\text{त्रिज्या} \times \text{कान्तिज्या}}{\text{लम्बज्या}} = \text{अग्रा} \dots\dots\dots (१)$$

त्रिज्येला : जशी अग्रा : : तशी (इष्टकालीन) कर्णाचा : कर्णाग्रा

$$\therefore \text{स्वकर्णाग्रा} = \frac{\text{अग्रा} \times \text{इष्टकर्ण}}{\text{त्रिज्या}} \dots\dots\dots (२)$$

आतां कोणशङ्कु आणि दृग्ज्या ह्यांचे सापेक्ष सांगतात:—

त्रिज्यावर्गार्धतोऽग्रज्यावर्गोनाद्वादशाहतात् ॥ २८ ॥

पुनर्द्वादशनिम्नाच्च लम्ब्यतेयत्फलं बुधैः ॥

शङ्कुवर्गार्धसंयुक्तविपुलवर्गभाजितात् ॥ २९ ॥

तदेव करणीनाम तापृथक्स्थापयेद्बुधः ॥

अर्कमीविपुलच्छायाग्रज्ययामुणिता तथा ॥ ३० ॥

भक्ता फलारूपतद्गर्गसंयुक्तकरणिपदम् ॥

फलनहीनसंयुक्तदक्षिणोत्तरगोलयोः ॥ ३१ ॥

याम्ययोर्विदिशोः शङ्कुर्वेगाम्योत्तरेर्वी ॥

परिभ्रामतिशङ्कोस्तुशङ्कुरुत्तरयोस्तु सः ॥ ३२ ॥

—त्रिज्येचा वर्ग करून त्याची निगपट करावी; त्यातून अग्रार्ग यमा करावा. बाकीला

$$१४४ \text{ नी गुणून त्या गुणाकाराला पळभार्ग } + ७२ \text{ ह्या बेरजेचा भाग घ्यावा. } \left(\frac{\text{बाकी} \times १४४}{७२ + \text{पळभार्ग}} \right)$$

ह्या प्रकाराला ज्योतिषज्ञ “ करणी ” असे म्हणतात. ही “ करणी ” निराळी माझून देवाची. मग पळभेला बाकीनी (१२) आणि पुढील अग्रा अशा दोन्ही पदानी गुणार्थे; आणि त्या संयुक्त गुणाकाराला पुढी निर्दिष्ट केलेल्या “ करणी ” चा म्हणजे ७२ + पळभार्ग ह्या (बेरजे) चा भाग घ्यावा जो भागाकार येईल त्याला “ फल ” अशी संज्ञा द्यावी. नंतर ‘फल’ वर्ग करणी’ वर्ग ह्या

वेरजेचें वर्गमूळ काढावें. (दक्षिण गोलांत) त्या वर्गमूळांतून “ फल ” वजा करावें; आणि (उत्तर गोलांत) त्या वर्गमूळामध्ये “ फल ” मिळवावें. जे उत्तर येईल त्याला “ कोणशङ्कु ” म्हणतात. अग्नेय, नैऋत्य, वायव्य, आणि ईशान्य अशा चारही दिशांस चार “कोणशङ्कु” असतात. त्रिज्यावर्गांतून कोणशङ्कुरी वजा केल्यास बाकी राहील तिच्या वर्गमूळाला “दृग्ज्या” म्हणतात.

स्पष्टीकरणः—हे श्लोक फारच छिष्ट आहेत त्यांतील सारांशाची माण्डणी अशीः—त्रिज्यावर्ग—अप्रावर्ग=शेष (बाकी); बाकी^२ × १४४ भागिळे पलभावर्ग + ७२ = “ करणी ” ;

१२ पलभा × अप्रा भागिळे (पलभावर्ग + ७२) = “फल”

फल^२ + करणी^२ = संयोग

$\sqrt{\text{संयोग}} \pm \text{फल} = \text{कोणशङ्कु}$

त्रिज्या^२—कोणशङ्कु^२ = दृग्ज्या^२

उपपत्ति

जेव्हा सूर्याचे उन्नतांश आणि नतांश समसमान असतात तेव्हा त्या काटकोन त्रिकोणाचा मुज आणि कोटि हेही समसमान असतात. अशा त्रिकोणाच्या कर्णरेषेला दृग्ज्या म्हणतात. दृग्ज्या ही दोज्या समजून तिला जी कोटि-रेषा असते ती “ कोणशङ्कु ” ह्याची निश्चिती असकृतकर्मांने हि होते. परंतु तें गणित त्रासदायक आहे. सिद्धान्तकारांनीं येथे निराळ्या रीतीने कोणशङ्कु आणला आहे. प्राचीन काळी ग्रीक छोट्या Sines देखील माहीत नव्हत्या. त्याकाळी म्हणजे इसवी सनापूर्वी ३०० वर्षे “करणी” (Surds) आणि वर्गसमीकरणे (Quadratics) आणि तसेंच मुज्या, कोटिज्याहि आम्हांस सूक्ष्मपणे माहीत होत्या, ही गोष्ट खरोखर अभिमानास्पद आहे. आतां उपपत्ति लिहूः—

प्र = पलभा; को = कोणशङ्कु = महाशङ्कु

दृग्ज्या^२ (गणरूप) = कोटि^२ + मुज^२; परंतु येथें मुज = कोटि म्हणून.

$$\text{दृग्ज्या}^2 = २ \text{ मुज}^2 \dots\dots\dots (१)$$

कोणशङ्कु^२ = त्रिज्या^२ - दृग्ज्या^२

$$\therefore \text{त्रिज्या}^2 = \text{को}^2 + २ \text{ मुज}^2 \dots\dots\dots (२)$$

पलभा; शंकुतल (श्लो० २४ प्रमाणे)

$$\frac{\text{पलभा}}{१२} = \frac{\text{शंकुतल}}{\text{कोणशंकु}}$$

$$\therefore \text{शंकुतल} = \text{पलभा} \times \text{कोणशङ्कु} \div १२ \dots\dots\dots (३)$$

(महाशंकु) मुज = अमा + पलमा (किंरा) शंकुतल (श्लोक २४ प्रमाणे)

$$[\text{मृणूत}] \text{ मुज} = \frac{\text{अमा} \pm \text{पलमा} \times \text{कोणशंकु}}{१२} \dots\dots\dots (४)$$

परंतु त्रि^२ = को^२ + २ मुज^२. दृगून,

$$\begin{aligned} २ \text{ मुज}^२ &= \frac{२ \text{ प्र}^२ \times \text{को}^२}{१४४} \pm \frac{२ \times २ \text{ प्र. को अमा}}{१२} + २ \text{ अमा}^२ \\ &= \frac{\text{प्र}^२ \text{ को}^२}{७२} \pm \frac{\text{प्र. को. अमा}}{३} + २ \text{ अमा}^२ \end{aligned}$$

$$- \text{मृणूत (२) प्रमाणे, को} + \frac{\text{प्र}^२ \text{ को}^२}{७२} \pm \frac{\text{प्र. को. अमा}}{३} + २ \text{ अमा}^२ = \text{त्रि}^२$$

यरील समीकरणाळा ७२ नीं गुणून:—

$$\begin{aligned} ७२ \text{ को}^२ + \text{प्र.}^२ \text{ को}^२ \pm २४ (\text{प्र. को. अमा}) + १४४ \text{ अमा}^२ &= ७२ \text{ त्रि}^२ \\ ७२ \text{ को}^२ + \text{प्रै} &= \text{को}^२ (\text{प्रै} + ७२), \text{ मृणूत} \end{aligned}$$

प्र^२ + ७२ द्वांनी भागून

$$\text{को}^२ \pm \frac{२४ \text{ प्र. को. अमा}}{\text{प्र}^२ + ७२} = \frac{७२ \text{ त्रि}^२ - १४४ \text{ अमा}^२}{\text{प्र}^२ + ७२}$$

द्वात $\frac{१२ \text{ प्र.} \times \text{अमा}}{\text{प्र}^२ + ७२} \dots$ “ द्वाळा फल ” संज्ञा दिदी. तसेंच

$$\frac{१४४ (\text{त्रि}^२ - \text{अमा}^२)}{३} - \text{प्र}^२ + ७२ \text{ ही “ करणी ” (Sard)}$$

आणि (त्रि^२ हे त्रिज्या वर्गार्ध) मृणूत;

कोणशंकु^२ \pm २ फ. को = करणी; द्वात फल^२ मिळवून

कोणशंकु^२ \pm २ फ को + फल^२ = करणी + फल^२; नंतर द्वाचे वर्गमूळ काढले.

$$\therefore \text{कोणशंकु} \pm \text{फल} = \sqrt{ (\text{करणी} + \text{फल}^२) }$$

$$\text{तेव्हा — कोणशंकु} = \sqrt{ (\text{करणी} + \text{फल}^२) } \pm \text{फल}$$

याप्रमाणे कोणशंकु सिद्ध झाला.

तत्त्रिज्यावर्गविशेषान्मूलदृग्ज्याभिधीयते ॥

कोणशंकुचा वर्ग त्रिज्या वर्गात्त वजा करून बाकी राहील, तिच्या वर्ग मूळाला दृग्ज्या म्हणतात.

स्यशंकुनांविभज्यासेदृक्त्रिज्येद्वादशाहते ॥ २३ ॥

दृग्ज्या आणि त्रिज्या ह्यांपैकी प्रत्येकास द्वादशांगुल शंकूने गुणून कोणशङ्कुने भागिले असता (अर्थात् $\frac{\text{दृग्ज्या} \times १२}{\text{कोणशंकू}}$ पासून) “ छाया ” कळते आणि $\frac{\text{त्रिज्या} \times १२}{\text{को}}$ ह्यापासून छायाकर्ण कळतो.

स्पष्टीकरण:—सूर्य उदय पावल्यापासून मध्ययाम्योत्तरावर येईपर्यंत जितका परिविभाग आक्रमण होतो त्यांत ज्या प्रदेशांत सूर्य वरोबर ४५ अंशावर येतो त्यावेळी तो कोणस्थ आहे असे म्हणतात. अशावेळी त्याचे सममण्डलापर्यंत जें लम्बरूप अन्तर तेंहि ४५ अंशच जर हाईल तर त्यावेळी दक्षिण गोलार्तांत (आकाशविषुवाच्या दक्षिणेस) कोणशङ्कुची किंमत शून्य असते, परंतु उत्तर गोलार्तामात्र चारी कोणामध्ये चार कोणशङ्कु उत्पन्न होतात. ज्या वेळी “ भुज ” आणि “ कोटि ” समसमान होतात अशा स्थानी सूर्य येतो तेव्हाच दृग्ज्या आणि कोणशङ्कु हे उत्पन्न होतात. इतर वेळी सूर्याच्या स्थानापासून भूतलापर्यंत जो लम्ब असतो त्याला महाशंकू ही संज्ञा आहे; म्हणून ह्या श्लोकातील उपपत्ति मागे २०, २१ श्लोकांत जी उपपत्ति सोगितली तिचाच पर्याय आहे.

(मागील उपपत्ति:—महाशंकू : दृग्ज्या : : द्वादश : पलभा

∴ दृग्ज्या $\times १२ \div$ महाशंकू = छाया; आणि त्रि $\times १२ \div$ महाशंकू = छायाकर्ण

नतांश हे “ अ ” (स्वस्थनिक्ता) पासून मोजतात—जसे:—

अ—सू, अर्, आणि अस्” हे सूर्याचे निरनिराळ्या स्थानाचे नतांश आहेत.

अ—वि हे विषुवाचे नतांश; नतांश म्हणजे युक्तांश.

विषुवाच्या नतांशाना अक्षांश म्हणनात क्रान्ति “ वि ” पासून मोजतात.

विसू ही क्रान्ति; अ—सू हे नतांश. हे एकाच दिशेचे असल्यास अस् = (विष्ट + अवि) = क्रान्ति + अक्षांश.

अर् हा स्वस्थनिक्ता बिन्दू श्रि—ति हे क्षितिज; अणु—हे पूर्वापरवृत्त; विपु हे विषुव; आणि सू, सू, सू ही सूर्याची स्थाने आहेत; पैकी, सू हे विषुवाचे दक्षिणेस, सू हे उत्तरेस परंतु वि आणि अ ह्यांचेमध्ये म्हणजे “ अ ” चे दक्षिणेस आद, आणि सू हे “ वि ” आणि “ अ ” ह्या दोन्हींचेहि उत्तरेस आहे. अर् = अक्षांश — क्रान्ति; अस् = क्रान्ति — अक्षांश

क्रान्ति आणि नतांश.

क्रान्ति दक्षिण आणि अक्षांश उत्तरेचे म्हणजे मित्र दिशांचे असल्यास

नतांश = अक्षांश + क्रान्ति, परंतु क्रान्ति उत्तर, आणि अक्षांशहि उत्तरेचे असल्यास

नतांश = (अस्') } अक्षांश - क्रान्ति,
नतांश = (अस्'') } क्रान्ति - अक्षांश

“ अ ” स्वस्थसितिक,

वि - पुष्य = त्रिपुष्य

व - र = चर-ज्या

ध्रु - व = उन्मण्डल

अ - क्षि = अहोरात्र (ध्रुज्या)

वि - पु = अम्रा

व - ज्या = अम्रा

(Amplitude)

अ - व पूर्वापरवृत्त

क्षि - ज्या = क्षितिज्या

क्षि - ति = क्षितिज.

सू - पु = रविचें ध्रुवसूत्र.

वि पु व र = अम्रा (विपुष्य + चर)

Semi diurnal Arch

अ - ज्या = हति

सू - ज्या = इष्टहति

$$\frac{\text{इष्टान्या}}{\text{अन्या}} = \frac{\text{इष्टहति}}{\text{हति}}$$

उत्तर गोलार्धे { अन्या - नतोत्क्रमज्या = इष्टान्या.
र-क्षि + क्षितिज्या = इष्टहति.

दक्षिण गोलार्धे { क्षि - क्षितिज्या = इष्टहति
त्रिज्या - चर-नतोत्क्रमज्या = इष्टान्या.

ध्रुज्या + क्षितिज्या = हति उत्तरगोले

ध्रुज्या - क्षितिज्या = हति दक्षिणगोले

दिनार्ध - उन्नतकाल = नतकाल.

—:—

छायाकर्णोत्तु कोणेपु यथास्वदेशकालयोः ॥

त्रिज्योदक्चरजायुक्ता याम्यायां तद्विवर्जिता ॥ २४ ॥

उत्तर गोलार्धे (विपुष्य) त्रिज्येमध्ये चरज्या मिळविर्ली असतां आणि (दक्षिण गोलार्धे) वज्रा केली असता अन्या (Semi diurnal Arch) निष्पन्न होते. अन्येमध्ये नतोत्क्रमज्या वजा केल्याने इष्टान्या मिळते इष्टान्यला घुमणेने गुणत त्रिज्येने मागिले असता हति - (अहोरात्र-दिनार्ध) उत्पन्न होते.

अन्त्यानतोत्क्रमज्योनास्त्राहोरात्रार्धसङ्गुणा ॥

त्रिज्याभक्ताभवेच्छेदोलम्बज्याघ्नोऽथभाजितः ॥ ३५ ॥

त्रिभज्यया भवेच्छुस्तद्वर्गपरिशोधयत् ॥

त्रिज्यावर्गात्पदं दृज्या छायाकर्णौतु पूर्ववत् ॥ ३६ ॥

द्वितीया लंबज्येने (कोटिज्येने) गुणन त्रिज्येने मागवे शङ्क निष्पन्न होतो. त्रिज्या-वर्गात्तु शङ्कर्ग पजा करून बायी राहील तिचे वर्गमूल काढने शङ्कजे दृज्या कळते; आणि दृज्येपासून छाया, आणि छायाकर्ण उपलब्ध होतात.

स्पष्टीकरण:—घुज्येत : अशी त्रिज्या : : दृति : अन्त्या

$$\therefore \frac{\text{त्रिज्या} \times \text{दृति}}{\text{घुज्या}} = \text{अन्त्या} \quad (१)$$

$$\therefore \text{दृति} = \frac{\text{घुज्या} \times \text{अन्त्या}}{\text{त्रिज्या}} \quad (२)$$

$$\frac{\text{क्षितिज्या}}{\text{चरज्या}} = \frac{\text{दृति}}{\text{अन्त्या}} \quad (\text{स्पष्टीकरण श्लोक ६१})$$

$$\therefore \text{अन्त्या} = \frac{\text{चरज्या} \times \text{दृति}}{\text{क्षितिज्या}} \quad (३)$$

$$\therefore \text{दृति} = \frac{\text{अन्त्या} \times \text{क्षितिज्या}}{\text{चरज्या}} \quad \dots \dots \dots \left. \begin{array}{l} \\ \\ = \text{घुज्या} + \text{क्षितिज्या} \end{array} \right\} (४)$$

$$\frac{\text{दृति}}{\text{दिनार्ध शङ्क}} = \frac{\text{त्रिज्या}}{\text{लम्बज्या}}; \frac{\text{महाशङ्क}}{\text{दृति}} = \frac{१२}{\text{अक्षकर्ण}}$$

$$\therefore \text{दिनार्ध शङ्क} = \frac{\text{लम्बज्या} \times \text{दृति}}{\text{त्रिज्या}} \quad [१]$$

त्रिज्या — कोणशङ्क = दृज्या

$$\therefore \text{दृज्या} = \sqrt{(\text{त्रिज्या}^2 - \text{कोणशङ्क}^2)}$$

$$\frac{\text{दृज्या}}{\text{महाशङ्क}} = \frac{\text{छाया}}{\text{द्वादशांगुल}}; \frac{\text{त्रिज्या}}{\text{महाशङ्क}} = \frac{\text{मध्यान्ह छायाकर्ण}}{\text{द्वादशांगुल}}$$

$$\therefore \text{छाया} = \frac{१२ \times \text{दृज्या}}{\text{महाशङ्क}}$$

$$\therefore \text{छायाकर्ण} = \frac{१२ \times \text{त्रिज्या}}{\text{महाशंकू}}$$

[३]

द्या प्रमाणे प्रक्रिया सिद्ध ज्ञाली.

अभीष्टच्छायाभ्यस्तात्रिज्यातत्त्वर्णभाजिता ॥
दृग्ज्या तद्वर्गसंशुद्धात्रिज्यावर्गाच्चयत्पदम् ॥ ३७ ॥
शंकुः स त्रिभजीरात्रः स्वलभ्यज्याविभाजितः ॥
छेदः स त्रिज्ययाभ्यस्तः स्वाहोरात्रार्धभाजितः ॥ ३८ ॥
उन्नतज्या तथा हीना स्वान्त्या शेषस्य कार्मुकम् ॥
उत्क्रमज्याभिरिव स्युः प्राक्पथार्धनतासवः ॥ ३९ ॥

इष्टकालिक छायेने त्रिज्येस गुणावै आणि छायाकर्णानें भागावै म्हणजे दृग्ज्या मिळते; त्रिज्यावर्गात—दृग्ज्या वर्ग उणा केला आणि बाकी राहिल तिचें वर्गमूळ काढलें म्हणजे शंकू उपलब्ध होतो. शंकू आणि त्रिज्या द्याच्या गुणाकाराला लम्बज्येनें भागिलें असतां हति उत्पन्न होते.

हतिला त्रिज्येनें गुणून घुज्येनें भागिले म्हणजे इष्टान्त्या (उन्नतज्या) उपलब्ध होते. द्या इष्टान्त्येन अन्त्येमध्ये द्या केल्यानें नतकालोत्क्रमज्या निष्पन्न होते. हिलाच “शर” अशी संज्ञा आहे. नतोत्क्रमज्येचें चाप (arc) केले म्हणजे त्या पासून नतकालाचें “अ” समजतात. हे “नतासु” पूर्वाह्नी पूर्वमत, आणि अपराह्नी पश्चिममत असतात.

स्पष्टीकरणः—दांतील विषय पूर्वीच देऊन गेला आहे. त्याची प्रक्रियाः—

$$\frac{\text{छाया}}{\text{छायाकर्ण}} = \frac{\text{दृग्ज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$

$$\therefore \text{दृग्ज्या} = \frac{\text{छाया} \times \text{त्रिज्या}}{\text{छायाकर्ण}} \dots\dots\dots (१)$$

$$\text{दृग्ज्या} = \text{त्रिज्या} - \text{शंकुचापोत्क्रमज्या} \dots\dots\dots (२)$$

$$\text{शंकु} = \text{त्रिज्या} - \text{दृग्ज्याचापोत्क्रमज्या} \dots\dots\dots (३)$$

$$\text{अन्त्या} - \text{नतोत्क्रमज्या} = \text{इष्टान्त्या} \quad \text{अर्थात्}$$

$$\text{अन्त्या} - \text{इष्टान्त्या} = \text{नतोत्क्रमज्या} \dots\dots\dots (४)$$

नतोत्क्रमज्येला “शर” म्हणतात.

$$\frac{\text{शर} \times \text{घुंघा}}{\text{त्रिज्या}} = \frac{\text{शर} \times \text{क्षितिज्या}}{\text{चरज्या}} = \text{फल.}$$

$$\text{हति} - \text{फल} = \text{इष्टहति} \dots\dots\dots (५)$$

इष्टाग्रामी तु लम्बज्या स्वकर्णादिगुलभाजिता ॥

क्रान्तिज्या सा त्रिजीवाग्नी परमापक्रमोद्धृता ॥ ४० ॥

इष्टाम्रेला लम्बज्येने गुणून इष्टकालीन छायाकर्णाने भागाये म्हणजे इष्टकालीन क्रान्तिज्या समजून येते; इष्टक्रान्तिज्येला त्रिज्येने गुणून परमक्रान्तिज्येने भागिले असता इष्ट मुज्या येते. त्याचा मुज केला म्हणजे त्या पासून (श्लोक १९) प्रमाणे सायन सूर्य काढता येतो.

स्पष्टीकरणः—अहोरात्र वृत्त (किंवा उदयास्त वृत्त) छाया अग्रपासून पूर्व किंवा पश्चिम विद्रुपर्यंत स्थितिजावर मोडलेलें जें चागमरु अन्तर त्याला अग्रा म्हणतात. इष्ट वर्तुळाभ्ये—पूर्वापार घृतावर जी अमा दिसते ती इष्टाग्रा;

त्रिज्येला : जशी अमा :: तशी इष्टकर्णाला : इष्टाग्रा.

$$\frac{\text{इष्टाग्रा} \times \text{त्रिज्या}}{\text{इष्ट कर्ण}} = \text{अमा, (Amplitude) } \dots \dots (१)$$

इष्ट कर्णाला : कोटिज्या :: अमेला : क्रान्तिज्या

$$\frac{\text{कोटिज्या} \times \text{अमा}}{\text{इष्ट कर्ण}} = \text{क्रान्तिज्या } \dots \dots (२)$$

परमक्रान्तिज्या (Obliquity) : त्रिज्या :: तसा इष्टक्रान्तिज्या : मुज

$$\therefore \frac{\text{इष्टक्रान्ति} \times \text{त्रिज्या}}{\text{परमक्रान्तिज्या}} = \text{मुज} = \text{सायनसूर्य (Sun's Longitude) }$$

—:—

तच्चार्प भादिकं क्षेत्रं पदैस्तत्रभवो रविः ॥

इष्टेऽक्षिमध्ये प्राक्पश्चाद् धृते बाहुत्रयान्तरे ॥ ४१ ॥

मत्साद्वयान्तरगुते क्षिप्रृक् सत्रेणभाग्रमः ॥

इष्ट दिवशी पूर्वही किंवा अश्राही तीन मुजाप्र बिन्दू ध्यावे आणि त्या बिन्दूरेकी मधल्या बिन्दूपासून वर्तुळ काढून बाजूच्या बिन्दूनी कोंस (मत्स्य) सिद्ध करावे; व त्याच्या मुखाकडील व मागील बिन्दूतून सरळ रेषा काढून मुखाच्या दिशेकडे वाढवाव्या. ह्या रेषा जेथे एकत्र मिळतील तो बिन्दू मध्य मानून कोणत्याहि मुजाप्र बिन्दूच्या त्रिज्येने महावर्तुळ काढिले असता ते तिन्ही मुजाप्र बिन्दूना स्पर्श करील. ह्या वर्तुळाला मा—अमवृत्त म्हणतात.

स्पष्टीकरणः—ह्यातील प्रकारचा नीट बोध होत नाही, व हा प्रकार मास्कराचार्यांस मान्य नाही म्हणून उपपत्ति देण्याचा प्रयत्न केला नाही.

त्रिभद्युकर्णार्धगुणाः स्वाहोरात्रार्धभाजिताः ॥ ४२ ॥

क्रमादेकद्वित्रिभज्यास्तच्चापानि पृथक् पृथक् ॥

स्वाधोधः परिशोच्याथमेपाल्लङ्कोदयासवः ॥ ४३ ॥

एकराशिची म्हणजे तीस (३०) अंशांची, त्याचप्रमाणे ६० साठ अंशांची, आणि तिसरी तीन राशींची अर्थात् ९० अंशांची अशा निरनिराळ्या शुजण्या व्याख्या; त्यापैकी प्रत्येक भुजज्येला तीन राशींच्या परम क्रान्ति कोटिने गुणार्ध, व आपआपल्या क्रान्तिच्या कोटिज्येने भागावे व भागाकार निर्दिष्ट भुज-कोटिज्यांचीं चापे करावीं. एक राशीच्या भागाकाराचें जें चाप येईल तेंच मेष राशिच्या लङ्कोदयाचे उदयासु होतात. दोन राशींच्या भागाकारापासून जें चाप येतें त्यातून पहिलें चाप वजा केलें म्हणजे वृषभराशिचें लङ्कोदयासु येतात; आणि तीन राशिंच्या चापांतून दोन राशिचें चाप उणें केलें म्हणजे मिथुन राशिचें लङ्कोदयासु येतील.

स्पष्टीकरणः—लङ्कोदय म्हणजे निरक्ष प्रदेशी क्षितिजावर मेवादि राशिचे पूर्ण उदय होण्यास जो काल लागतो तो. ह्याच विषुवक्षितिजाचा उत्तर आणि दक्षिण अक्षांश-तील प्रदेशांत उन्मण्डल ह्या नांवानें निर्देश करितात.

त्रिज्येला : जशी विषुवस्थकोटिज्या :: तशी मेपादि राशिना किंती ?

$$\text{याचें उत्तर} = \frac{\text{विषुवपरमको} \times \text{मेपादिज्या}}{\text{त्रिज्या}} \dots\dots\dots (१)$$

धुज्येला : राशिकोटिज्या :: तशी त्रिज्येला किती ?

$$\text{याचें उत्तर} = \frac{\text{राशिकोटिज्या} \times \text{त्रिज्या}}{\text{धुज्या}} \dots\dots\dots (२)$$

(१) मधील किंमत (२) मध्ये ठेऊन

$$\text{उत्तर येतें तें} = \frac{(\cos \text{alt}) \text{ परमकोटिज्या} \times \text{मेपादिज्या}}{\text{धुज्या}} = \sin R. A.$$

क्रान्ति कोटिज्येला धुज्या (cos Declination) म्हणतात.

मिथुन, वृषभ आणि मेष ह्यांचेंच उदयासु क्रमानें कर्क, सिंह, आणि कन्या ह्यांचे लङ्कोदयासु होतात. व तेच पुनः उलट क्रमानें तुलादि सहा राशींचे उदयासु असतात.

मेपाचे लङ्कोदयासु १६७०

वृषभाचे ,, ,, १७९५

मिथुनाचे ,, ,, १९३५ असे आहेत.

ह्या पेशां भास्कराचार्यांचा नियम विदेश सोईचा आहे. कारण त्यांत ९० अंशांच्या कोटिज्येची किंमत घेणेचें कारणच पडत नाही. आचार्य म्हणतात की, एक, दोन, आणि तीन राशींच्या मुन्नज्यांना (प्रत्येकी), त्रिज्येने (=३४३८ ने) गुणावें आणि स्वकीय बुज्येने (३२१८, १३३६६, ३४३८) भागून त्या भागाकारापासून निर निराळी चापे आणावा. ह्या नियमानें आक्रम भोगापासून (Ecliptic Longitude पासून) विषुव-भोग (Degrees of R. A.) साध्य करता येतात.

खागाष्टयोऽर्धगोऽंगकाः अरज्यहृदिमांशवः ॥

स्वदेशचरखण्डोनाभवन्तीष्टोदयासवः ॥ ४४ ॥

व्यस्ताव्यस्तर्युताः स्यैः स्यैः कर्कटाद्यास्तत्तत्त्रयः ॥

उत्क्रमेण पडयते भवन्तीष्टास्तुलादयः ॥ ४५ ॥

ह्यांत लंकोदयांना आपआपल्या स्वदेशीय उदयाचे " अष्ट " साध्य करण्याचा नियम सांगतातः—

नंतर मेष, वृषभ, आणि मिथुन ह्यांच्या लंकोदयांत स्वकीय चरखण्डें वजा केल्यानें स्वोदय उपलब्ध होतात. तींच चरखण्डें उलट क्रमानें मिथुन, वृषभ, मेष ह्यांच्या लंकोदयांत मिळविळी असतां कर्क, सिंह आणि कन्या ह्यांचें स्वोदय सिद्ध होतात, आणि तेच उलट क्रमानें तुलादि राशींचें उदयाष्ट होतात.

स्पष्टीकरणः—ही चरखण्डें आणण्याची रीति भास्कराचार्यांनी उत्तम रीतीनें स्पष्ट केली आहे, परंतु त्यातील रथूल रीतिच हल्ली प्रचारात आहे. ती अशी की, पळमेत १०, ८, ३, ह्या पैकीं प्रत्येक पदानें गुणार्थे म्हणजे गुणाकार पळामक येतो. हीच चरखण्डें होत. ह्यापैकी पहिलें मेषोदयांत, दुसरें वृषभोदयांत, आणि तिसरें मिथुनोदयांत वजा करावें म्हणजे स्वोदय येतात. नंतर तिसरें मिथुनोदयांत, दुसरें वृषभोदयांत ह्याप्रमाणें मिळविळी असतां कर्कादि उदय येतात.

ह्या चरखण्डांना Ascensional Difference म्हणतात. ज्या राशीचा स्व-क्षितिजामध्ये उदय (उन्मण्डलाच्या) अगोदर होतो त्यांची चरखण्डें ऋण असतात.

राशिच्या उदयासुवरून राश्यंशांना अनुरूप असे मुक्तासु, भोग्यासु काढता येतात.

गतभोग्यासवः कार्याभास्करादिष्टकालिकात् ॥

स्वोदयासुहता भुक्तभोग्याभक्ताः खवाह्विभिः ॥ ४६ ॥

अभीष्टघटिकासुम्यो भोग्यासुन् प्रविशोषयेत् ॥

तद्वत्तदेष्वलभासुन् एवं यातां स्थोत्क्रमात् ॥ ४७ ॥

शेषचेत् क्षिप्तताम्यस्तमशुद्धेन विभाजितम् ॥

भागहीनंच युक्तंच तल्लयं क्षितिजेतदा ॥ ४८ ॥

(सायन) सूर्य ज्या राशिच्या ज्या अंशात असेल त्या राशिचा तोच अंश औदयिक लग्न असतें; म्हणून सूर्याच्या मुक्त भाग्य राशिच्या उदयासुवरून मुक्तासु, आणि भोग्यासु आणावे ते असे: मुक्तांश किंवा भोग्यांश ह्यांपैकी एकांन उदयासूनां गुणून तिसांनीं भागावें. म्हणजे भागाकार त्या राशीचे भोग्यासु येतील. नंतर इष्ट घटिकांचे असू करून त्यांतून सूर्य राशिचे भोग्यासु—आणि त्या पुढील जितक्या पूर्ण राशीचे उदयासु वजा जातील तितके करावे. राशिचे उदयासु पूर्णपणें वजा जाणार नाहीत तिळा अशुद्ध राशि म्हणतात, नंतर बाकी राहिलेल्या अमुंना तिसांनीं गुणून अशुद्ध राशीच्या असूनीं भागावें. म्हणजे ज्या राशीचे उदितंश येतील तेच लग्न. ह्याप्रमाणें मुक्तासुवरूनहि वरील रीतीनेच लग्न—साधन करावें.

ह्याची उपपत्ति स्पष्ट आहे.

प्राक्पश्चान्नतनाडीभिस्तस्माद्भूदयासुभिः ॥

भानौ क्षयधनेकृत्वा मध्यलग्नंतदामवेत् ॥ ४९ ॥

नतकाल घटिका आणि स्पष्ट (सायन) सूर्य याच्या मुक्ताशापासून लग्नसाधन करण्याच्या पद्धतिप्रमाणें लंकोदयापासून याम्योत्तर लग्न साध्य करावें. ह्यालाच दशमलग्न म्हणतात. पश्चिम नतकाळी मुक्तासुमध्ये पुढील लंकोदय मिळवावे आणि पूर्व नतकालाच्या असूनमध्ये सूर्याचे आणि मागील राशीचे लंकोदयासु वजा करून दशमलग्न साध्य करावें.

स्पष्टीकरणः—सायन दिनमानाच्या घटिका साठच. त्यांत मध्यरात्रीपासून मध्याह्नापर्यंतच्या अर्धांश पूर्वार्ध आणि मध्याह्नापासूनच्या उत्तरार्धांश पश्चिमार्ध म्हणतात. सूर्यपूर्वांहीं जितका असेल तेथपासून मध्याह्नापर्यंतच्या घटि ह्या पूर्वनत काल. आणि पश्चिमार्धांत सूर्य असला तर मध्याह्नानंतरच्या घटिना पश्चिम नतकाल म्हणतात. सूर्य पूर्व कपाळी असला म्हणजे दशमलग्न—राशिच्या पुढें सूर्य असतो म्हणून पूर्व—नतकालांत मागील मुक्तासु वजा करावे लागतात. अपरांहीं दशमलग्न सूर्याच्या पुढें असतें म्हणून मुक्तासु धन होतात.

भोग्याद्वनूनकस्याथ मुक्ताद्वनधिकस्यच ॥

संपिण्ड्यान्तरलग्नसूनेधं स्वात्कालसाधनम् ॥ ५० ॥

इष्टकाल साधनः—

लग्न आणि स्पष्ट (सायन) सूर्य ह्यांच्यामध्ये जर सूर्य अगोदरचा म्हणजे पूर्वी उदित असेल किंवा लग्न अगोदरचें असेल तर अगोदर उदित होण्याचे भोग्यासु आणि जो नंतरचा (पूर्व दिशाचा) असेल त्याचे मुक्तासु ह्यांची बेरीज करून त्या बेरीजेत लग्न आणि सूर्य ह्यांच्या दरम्यानचे सर्व असु मिळविले म्हणजे लग्नाच्या इष्ट घटि समजतात.

स्पष्टीकरणः—सूर्याच्या पुढें इष्टकालीन लग्न असेल तर इष्टकाल सूर्योदयानंतरचा. असतो, आणि लग्न अगोदर येईल तर ती वेळसूर्योदया पूर्वीची असणार, हें स्पष्टच आहे.

१. भोग्यकाल हा अगोदर उदित होणाऱ्या राश्यंशापासून प्रारंभ पावून नंतर येणाऱ्याशी समाप्त होतो, म्हणून लग्न किंवा सूर्य ह्या पैकीं जे अगोदर (उगवेल) त्यापासून भोग्यासु मोजले पाहिजेत. कारण इष्टकाल हा सूर्योदयाच्या अनुरोधानेच ठरतो.

सूर्यादने निशाशेषेलग्रेऽर्कादधिके दिवा ॥

भचकार्धयुताङ्गानोरधि केऽ स्तमयात्परम् ॥ ५१ ॥

म्हणूनच स्पष्ट (सायन) सूर्यापेक्षा जर लग्न पूर्वीच उदित झाले असेल तर इष्टलग्न-काल सूर्योदयाच्या पूर्वीचा असतो. तसेच सूर्य अगोदर क्षितिजावर आला असेल तर इष्टलग्न सूर्योदयानंतरचें असतें. आणि सूर्यापासून सहा राशीपेक्षांहि इष्टलग्नाचे राश्यंश अधिक असतील तर इष्टलग्न सूर्यास्तानंतरचें आहे असे समजावें.

स्पष्टीकरणाची आवश्यकता नाही.

॥ इति त्रिप्रश्नाधिकारः ॥

परिशिष्ट

ह्या अधिकारामध्ये महाशंकूचा मुज काढावयाची रीति उपपत्तिसह दिली आहे. तथापि त्याची विशेष रीति श्रुद्धौन्नति अधिकारांत आहे ती येथे देणे योग्य दिसतें. ती रीति अशीः—

अर्केन्द्रोः क्रान्ति विश्लेषो दिक्साम्ये युतिरन्वथा ।

तज्ज्येन्दुरर्काद्यत्रासौ विज्ञेया दक्षिणोत्तरा ।

मध्यान्हेन्दु-प्रभाकर्णसङ्गुणा यदि सोत्तरा ।

तदार्कमाक्ष-जीवायां शोष्या योज्या च दक्षिणा ॥

शेषं लम्बज्यया भक्तं लब्धो बाहुः स्वादिङ्मुखः ।

कोटिः शंकुः तयो र्गगुतेर्मूलं श्रुति भवेत् ॥

स्पष्टसूर्य आणि स्पष्टचन्द्र ह्यांची स्पष्ट क्रान्ति जाणावी. दोन्ही क्रान्ति एकाच दिशेच्या असल्यास त्याचें अंतर ध्यावें, आणि भिन्न दिशांच्या असल्यास त्यांची बेरीज करावी म्हणजे “ भुज ” होतो. तो मुज सूर्याच्या ज्या दिशेस चन्द्र असतो, त्या दिशेचा होतो. चन्द्र उत्तरेस असल्यास मुज उत्तर, आणि चन्द्र दक्षिणेस असेल तर दक्षिण द्वाप्रमाणे होतो. “ भुज ” म्हणजे भुजज्या समजावी. ह्या मुजज्येला चन्द्राच्या छायाकर्णानें गुणावें. तसेंच अक्षांशभुजज्येला द्वादश शंकूने गुणावें. मुज उत्तर असल्यास छायाकर्णाच्या गुणाकारांत अक्षज्या x द्वादश शंकु हा गुणाकार श्रण करावा, आणि भुज दक्षिण असल्यास दोन्ही गुणाकारांची बेरीज करावी; बेरीज

असो किंवा वजाबाकी असो दोन्ही वेळी लम्बज्येने मागिले असता त्या त्या दिशेचा स्पष्ट भुज होतो. द्वादशाङ्गुल ही तर कायमचीच कोटिज्या आहे; म्हणून भुजवर्ग \times कोटिवर्ग ह्यांचे वर्गमूल काढले असता कर्ण येईल हे सहज लक्षांत येते.

पुढील कृति (त्रिप्रश्न० श्लोक २७।२४।२६) प्रमाणे आहे.

लम्बज्येला : जशी त्रिज्या : : तशी कान्तिज्येला : अप्रा

$$\therefore \text{चन्द्रार्चा अप्रा} = \frac{\text{त्रिज्या} \times \text{चन्द्रकान्तिज्या}}{\text{लम्बज्या}} \dots\dots\dots (१)$$

लम्बज्या : अक्षज्या (पलमा) : : चन्द्रशंकू : शंकुतल

$$\therefore \text{शंकुतल} = \frac{\text{अक्षज्या} \times \text{चन्द्रशंकू}}{\text{लम्बज्या}} \dots\dots\dots (२)$$

$$\therefore \text{अप्रा} \pm \text{शंकुतल} = \text{चन्द्रभुज}$$

ह्याचप्रमाणे

$$\text{रवि अप्रा} \pm \text{शंकुतल} = \text{रविभुज}$$

परंतु सूर्यास्ताचे वेळी रविशंकू (altitude) शून्य असतो.

म्हणून शंकुतल ही शून्य होतें त्यामुळे (सूर्यास्ती) अप्रा = रविभुज असें समीकरण ठरते.

(१) आणि (२) एकत्रित करून

$$\left(\frac{\text{त्रिज्या} \times \text{चन्द्रकान्तिज्या}}{\text{लम्बज्या}} \right) \pm \frac{\text{अक्षज्या} \times \text{चन्द्रशंकू}}{\text{लम्बज्या}} = \text{चन्द्रभुज.}$$

$$\text{रवि अप्रा} = \text{रविभुज.}$$

$$\text{चन्द्रभुज} \pm \text{रविभुज} = \text{स्पष्टभुज}$$

$$\therefore \frac{\text{त्रिज्या (चन्द्रकान्तिज्या } \pm \text{ रविकान्तिज्या)}}{\text{लम्बज्या}} \dots\dots\dots (क)$$

$$\frac{\text{अक्षज्या} \times \text{चन्द्रशंकू}}{\text{लम्बज्या}} \dots\dots\dots$$

$$क \pm ख = \text{स्पष्ट भुज}$$

चन्द्रशंकू : त्रिज्या : : द्वादशशंकू : छायाकर्ण

$$\therefore \text{छायाकर्ण} = \frac{\text{त्रि} \times \text{द्वादश}}{\text{शंकू}} \dots\dots\dots (\text{त्रिप्रश्न २६})$$



$$\begin{aligned} \text{त्रिज्या} &: \text{त्रिज्याभुज} : : \text{छायाकर्ण} : \text{स्पष्टभुज} \\ \text{स्पष्टभुज} &= \frac{\text{त्रिज्याभुज} \times \text{छायाकर्ण}}{\text{त्रिज्या}} \end{aligned}$$

$$\text{क} \pm \text{ख} = \text{त्रिज्याभुज}$$

(ख) मध्ये छायाकर्णावदल (३) ही किंमत ठेऊन

$$\begin{aligned} \text{त्रिज्या (चक्रान्ति } \pm \text{ रक्रान्ति) छायाकर्ण} &\pm \frac{\text{अक्षज्या} \times \text{शंकू} \times \text{त्रि} \times \text{द्वा}}{\text{त्रि} \times \text{लम्बज्या}} \\ \text{स्पष्टभुज} &= \frac{(\text{चन्द्रक्रान्ति } \pm \text{ रविक्रान्ति) छायाकर्ण}}{\text{लम्बज्या}} \pm \frac{\text{अक्षज्या} \times \text{द्वादश}}{\text{लम्बज्या}} \end{aligned}$$

ही प्रक्रिया सिद्ध झाली.

सिद्धान्तपद्धती प्रमाणें

छायाकर्णानुरोधानें वर्षमानाचा निश्चय

रवि विषुववृत्तावर येण्याचे पूर्वी एक किंवा दोन दिवस आधी त्याचे उन्नतांश मध्यान्हवृत्तावर प्रत्यक्ष वेधानें ठरवावें. त्यांना “रो” म्हणावें. नंतर दुसऱ्या वर्षी “रो” इतके उन्नतांश होण्याचे पूर्वी एक दिवस पुनः मध्यान्ह-उन्नतांश मोळावे; त्यांना “आ” म्हणावे; नंतर दुसरे दिवशीहि पुनः दुसऱ्या खेपेस मध्यान्होन्नतांश पहावे. ते “रो” पेक्षा कमी असल्यास त्याचे पुढील दिवशी पुनः मध्यान्होन्नतांश मापावे. हे “रो” पेक्षा अधिक येतील; त्यांना “ह” म्हणावें. ह्याप्रमाणें “आ” “रो” “ह” असें तीन उन्नतांश समजलें; त्यातील “आ” उन्नतांश “रो” पेक्षा कमी अणि “ह” हे “रो” पेक्षा जास्त आहेत. “आ” पासून “ह” इतके उन्नतांश होण्यास एकच दिवस किंवा फार तर दोन दिवस लागले असते. ह्या अन्तराल “का” असें म्हणू. नंतर उन्नतांशाच्या अन्तरावरून रविची क्रान्ति साधावी.

ह्यात (“ह-आ”) इतक्या क्रान्तिचा जर “का” इतका काल :: तर (रो-आ) इतक्या क्रान्तिचा किती ? ह्याप्रमाणानें रो इतकी क्रान्ति एक वर्षानें केव्हा झाली तें समजेल. नंतर शून्य क्रान्ति होण्याचा काल त्रैराशिकानें काढून तो वरील कालात मिळवावा. म्हणजे सांपातिक वर्षमानाचा काल सूक्ष्म येतो; व त्याला उच्चगतीचा संस्कार केला म्हणजे अगदीं सूक्ष्म असे सांपातिक वर्षमान समजतें, परंतु नाक्षत्र वर्षमान मात्र इतक्या सहजाराहजी साध्य होत नाही.

त्रिप्रश्नाधिकाराचा उपसंहार

मध्यमाधिकार, स्पष्टाधिकार आणि त्रिप्रश्नाधिकार ह्या तीन अधिकारांमध्ये जे विषय आलेले आहेत त्यांच्या कार्यक्षेत्रात ग्रहगणिताचा बहुतेक भाग पूर्णच होतो. आयनदृक्कर्म आणि आक्षदृक्कर्म अशासारखे एक दोन महत्त्वाचे संस्कार जे त्रिप्रश्नाध्यायातच यावयास पाहिजेत ते मात्र येथे सांगितले नाहीत, तथापि त्यांची आवश्यकता जेथे आहे त्याच प्रकरणांत ते सांगितले आहेत. पुढील विषय म्हणजे आतांपर्यंतच्या गणित प्रक्रियेच्या उपयोगाचे वेगवेगळे प्रकार ह्यापेक्षा त्यांचे स्वरूप निराळे नाही. रवि चंद्राची ग्रहणे, ग्रहयुति, नक्षत्र-ग्रह-युति, त्यांचे क्षितिजास्तोदय, प्रकाशास्तोदय, क्रातिसाम्य हाच विषय पुढील अधिकारात आहे. आणि त्यांतच आयन व आक्ष अशा दोन्ही दृक्कर्मांची आवश्यकता असते; व तेथेच त्यांचा विशेष उपयोग होतो.

प्रत्येक ग्रह त्याच्या रस्त्याच्या कक्षावृत्तात फिरतो, परंतु सूर्यावरून पाहणारास तो जेथे दिसेल ते स्थान स्पष्टाधिकारांत मन्दस्पष्ट ह्या संज्ञेने दर्शविले आहे. पृथ्वीवरील लोकांस सूर्य-लोकावरून दिसणाऱ्या ग्रहस्थितिचे प्रत्यक्ष ज्ञान होणे अशक्य, म्हणून पृथ्वीवरूनच तो ग्रह आक्रमवृत्तावर कोठे येतो, आणि विशिष्ट दिवशीं विशिष्ट वेळेस तो आक्रमवृत्तामध्ये किंवा त्याच्या अमुक अंशाच्या उत्तरेस किंवा दक्षिणेस इतक्या अंतरावर आहे हे वर्तवावे लागते. हेच स्पष्टाधिकारांमध्ये मन्द आणि दौघ अशा दोन प्रक्रियेने कसे वर्तवावे ते सांगितले आहे. स्पष्टाधिकारांत इतकाच विषय आहे.

परंतु प्रत्येक ग्रह पूर्वक्षितिजातून उदय पावतो तोहि काळ विनचूक समजला पाहिजे. तसेच ख मध्यातून दक्षिणोत्तर जाणारे जे मध्यान्हवृत्त त्या वृत्तावर तो उदय पावल्यापासून किती वेळाने येईल हेहि ग्रहण गणितांत अवश्य समजावे लागते. ह्या गणितांत आयन आणि आक्ष दृक्कर्मांची जरूर असते म्हणून त्रिप्रश्नाधिकारात त्यांचा समावेश केला नसावा.

सिद्धान्तकारांनी मोठ्या कुशलतेने गोलीय त्रिकोणाची उपपत्ति समष्टस्य त्रिकोणाच्या प्रमेयांनी लाविली आहे. त्यामुळे प्रक्रियेत मिश्रता सहजच आली; आणि दुसरे असे की, सिद्धांतीय त्रिकोणमितिमध्ये फक्त भुजज्या, (Sine) कोटिज्या (Cosine) आणि उक्कमज्या (Versed sine) ह्यांचेच सहाय घेतले आहे. पाश्चात्य पद्धतिच्या आधुनिक गणितांत Tangent (स्पर्शरेषा) आणि Cotangent (को स्पर्शरेषा) हे दोन अवच्छेदक (Ratios) ज्यास्त स्वीकारले आहेत; त्यामुळे त्रिकोणमितिची आधुनिक प्रक्रिया अधिक सुकर झाली; तथापि दोन अडांच हजार वर्षांपूर्वीहि गोलीय त्रिकोणाचे उपपादन सरळ त्रिकोणमितिने त्या वेळच्या गणितज्ञांनी करावे हे आतां देखील कौतुकास्पदच मानले जाईल.

त्रिप्रश्नाधिकारांत आयनदृक्कर्म आणि आक्षदृक्कर्म ह्यांची रीति सांगणे अवश्य होते. परंतु ती रीति नवीन विद्यार्थ्यास समजावयास थोडी कठीण आहे. गोलीय त्रिकोणमितिच्या पद्धतिने आयन दृक्कर्म फार त्वरित होते. आक्षदृक्कर्म त्यापेक्षा समजावयास कठीण तरी तेहि खबर उलगडते परंतु प्राचीन सिद्धान्तकारांनी सरळ त्रिकोणमितिचाच आश्रय केल्याने आणि स्पर्श (Tangent) को. स्पर्शरेषा ह्यांचा उपयोग न केल्याने तुलनेने पाहता प्राचीन गणितांत थोड्या समीकरणे जास्त होतात व

रीति लांबलचक वाटते. तथापि परिणामाच्या दृष्टीने थोड्या कळापेक्षा जास्त फरक पडत नाही. लङ्कोदय अथवा निरक्षोदय पद्धतिने सूर्याचे विपुवांश (R. A.) कळतात. परंतु आक्रमवृत्तापासून (म्ह. Ecliptic पासून) अन्तरावर असलेले चन्द्र, ग्रहनक्षत्रे इत्यादीकांचे क्षितिजोदयास्त आणि शुक्रा हाचि साधन आयनदृक्कर्म आणि आक्षदृक्कर्म ह्या संस्काराशिवाय होत नाही. म्हणून हे संस्कार त्या त्या प्रकरणांतच सांगितले आहेत.

आणखी एक विषय जो त्रिप्रश्नाधिकारांत वास्तविक येऊं च शकत नाही तो अयनांशाचा प्रश्न होय. हा त्रिप्रश्नाधिकारांमध्ये मळत्याच जागी निष्कारण आला आहे. वस्तुतः अयनांशाचा प्रश्न हा खगोल वर्णनाध्यायाचा विषय आहे. कारण संपाताच्या परिभ्रमणाची उपपत्ति व्यावहारिक गणितात येऊं शकत नाही. शिवाय त्रिप्रश्नोक्त अयनांशांत बरीच चुकी आहे. त्यामुळे हे तीन चार श्लोक त्रिप्रश्नांमध्ये प्रक्षिप्त आहेत असे दिसते.

अयनांशाचे श्लोक प्रक्षिप्त आहेत असे ठरण्याचें आणखी एक महत्त्वाचें कारण असे की, सूर्यसिद्धान्त हा ग्रंथ मुख्यत्वेकरून केवळ वेध आणि वेध-गणित ह्यांचा आहे. वेध हे छाया, उन्नतांश, नतांश विपुवांश इत्यादि गोळीय, त्रिकोणपद्धतिने ध्यावयाचे असतात. त्यांतील चापांय कोन हे चल म्हणजे बदलणारे असतात. संपात चल तसाच संपातकोन Obliquity हि चल म्हणजे कमी ज्यास्त होणारा आहे. त्यामुळे उदयलग्न चल, ग्रहांची मन्दफले चल, व कक्षापाताहि चल असा सर्वच प्रकार गणितांत चल आहे. ह्या चल गणितांज्वळ सायन गणित म्हणतात. त्यामुळे सूर्य-सिद्धान्तांतील गणित आधुनिक गणितपद्धतीप्रमाणे सायनच आहे. परंतु तेवढ्यामुळे प्राचीन पंचांग पद्धति मात्र सायन होऊं शकत नाही. कारण गणित प्रकारांमध्येहि आक्रमवृत्त Ecliptic आणि शूर Latitude हे अचल आहेत. आणि वैदिक पंचांग पद्धतिहि अचल म्हणजे निरयनच आहे. गणित मात्र सायन ध्यावे लागतें. युरोपियन Almanac मध्येहि सायन निरयन हा भेद आहेच आणि युरोपियन गणिताचा उपयोगहि निरयन आहे. ज्यास्त महत्त्व उपयोगाला आहे. साधनाला तितकें महत्त्व नाही म्हणूनच आपल्या प्राचीन परंपरेंत गणितपद्धति सायन स्वीकारली असून-हि प्राधान्य निरयनासच दिलें आहे. सूर्यसिद्धान्तातील वर्णमानांमुळे पुढील ग्रंथकारांची समजूत अशी झाली की, सिद्धान्तगणिताची पद्धतिहि निरयनच आहे. त्यामुळे आपल्या गणित पद्धतिमध्ये त्यांना अयनांशांचा स्वीकार करावा लागला. हा प्रकार सूर्यसिद्धान्तांमध्ये नाही. ह्यावरून प्रचलित सूर्यसिद्धान्त हा फार प्राचीन पद्धतीचा ग्रंथ आहे हेंच सहज सिद्ध होतें. त्यांतील गणित चल-त्रिकोण मितित्ते असल्याने अर्थातच ते सायन आहे आणि ग्रंथातील पद्धतिहि अनुसरून गणित केल्यास ते त्रिचूक येऊन अयनांशांचा स्वीकार करण्याचें कारणहि पडत नाही. त्यावरून गणित पद्धति सायनच आहे असे निर्विवाद ठरते. परंतु त्या गणिताचा उपयोग मात्र अचल अशा तारकाचक्रांवर आधिष्ठित झालेल्या नक्षत्र पद्धतिकडे केला असल्याने वैदिक अथवा भारतीय पंचांग मात्र सर्वथैव निरयनच आहे. नक्षत्रे व नक्षत्र पद्धति अचल असल्याने चैत्रादि-मास-पद्धतिहि अचल आहे. त्याकारणाने चैत्रादि-मास-निदर्शक असे कोणतेहि पञ्चाङ्ग सायन असू शकणारच नाही.